Photométrie

1 Introduction

La photométrie est l'étude énergétique du rayonnement lumineux (UV, visible, IR), et est une branche de la radiométrie qui étudie tous les rayonnements. La photométrie est dite visuelle lorsque le détecteur est l'oeil (qui détecte les rayonnements de longueurs d'onde comprises entre 400 nm et 750 nm).
Son intérêt est de permettre la détermination par exemple de la quantité d'énergie reçue par un panneau solaire, ou de la luminosité d'une image par un système optique. Combinée à l'optique géométrique, elle est indispensable au bon dimensionnement d'un système optique.
Dans un premier temps, ce chapitre définit les grandeurs photométriques avec leurs unités, dans les trois grands systèmes énergétique, visuel et photonique. Ensuite les relations entre ces grandeurs sont abordées. On terminera avec la conservation de l'étendue et de la luminance.

2 Le flux ou puissance lumineuse

2.1 Définition

Tout rayonnement optique transporte avec lui de l'énergie (ce qu'illustre par exemple un panneau solaire qui convertit l'énergie lumineuse en énergie électrique). Cette énergie se déplace à la vitesse de la lumière dans le milieu considéré. Le débit d'énergie associé est appelé *flux énergétique* Φ_e et s'exprime en watts (W). Pour un laser, Φ_e est souvent appelé puissance.
En utilisant une description corpusculaire de la lumière, on peut définir le *flux photonique* Φ_p qui est le nombre de photons émis par seconde et s'exprime en s^{-1}. Pour un rayonnement monochromatique de longueur d'onde λ, chaque photon porte une énergie $u = h\nu = hc/\lambda$. On en déduit que :

$$\Phi_e = u \cdot \Phi_p$$

Enfin, à cause de l'importance et de la spécificité de l'oeil humain en tant que capteur optique, on a défini le *flux lumineux* Φ_l dont l'unité est le lumen (lm). Il rend compte des sensations lumineuses induites sur l'oeil par un rayonnement, et dépend de la courbe de sensibilité de l'oeil. En vision photopique (diurne), le maximum de sensibilité est atteint pour une longueur d'onde de 555 nm, et à cette longueur d'onde, 683 lm correspondent à un flux énergétique de 1 W. Pour les autres longueurs d'onde, d'autant moins de lumens correspondent à 1 W de flux énergétique qu'on s'éloigne de 555 nm (car l'oeil est moins sensible). Pour les longueurs d'onde en-dehors du domaine visible, $\Phi_l = 0$ indépendamment de la valeur de Φ_e ou Φ_p.

2.2 Exemples

- Une lampe à filament de tungstène de 100 W (consommation électrique moyenne) émet $\Phi_e = 90$ W, $\Phi_p = 10^{21}$ s^{-1} et $\Phi_l = 1500$ lm.
- Un laser Nd-Yag de puissance $\Phi_e = 1$ W, et qui émet à $\lambda = 1,06$ μm a un flux photonique $\Phi_p = 5 \cdot 10^{18}$ s^{-1} et $\Phi_l = 0$ lm car l'oeil est insensible à cette longueur d'onde. Un laser à CO_2 émettant à 10,6 μm de même Φ_e aurait un Φ_p dix fois plus élevé.

3 Angle solide

3.1 Définition

La notion d'angle solide est l'extension en trois dimension de la notion d'angle (voir figure 1). L'angle solide Ω sous lequel un objet est vu depuis le point O est le rapport de la surface $\Sigma(d)$ de la projection conique du contour apparent de l'objet sur la sphère, et du carré du rayon de la sphère. L'unité d'angle solide est le stéradian (sr).

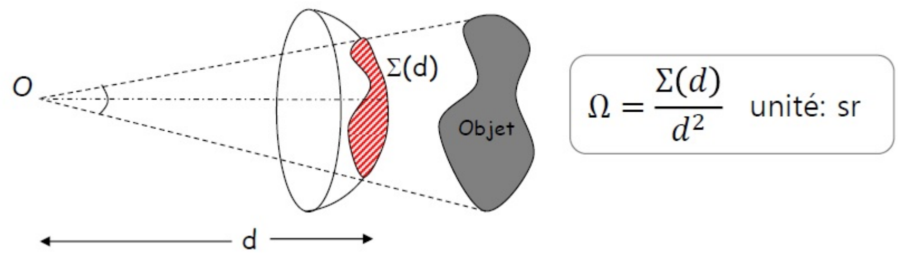

Figure 1: Définition de l'angle solide Ω sous lequel est vu l'objet depuis le point O. Source : cours IOGS de J. Moreau.

3.2 Exemples

- Si l'objet est perçu sous la forme d'un disque dont le rayon angulaire (apparent) α (demi-angle au sommet du cône) est petit, l'angle solide cet objet est alors : $\Omega = \pi\alpha^2$. Par exemple, pour le Soleil vu de la Terre avec un diamètre apparent de 0,5° : $\Omega = \pi(\pi \cdot 0,5/(180 \cdot 2))^2 = 6 \cdot 10^{-5}$ sr.

- Si l'objet est plan et si ses dimensions apparentes sont petites, l'angle solide élémentaire sous lequel on le voit a pour expression :
$$d\Omega = \frac{dS' \cos\theta'}{d^2}$$
où dS' est la surface réelle de l'objet et θ' l'angle entre la normale à l'objet et la direction d'observation. $dS' \cos\theta'$ est la surface apparente de l'objet dans la direction considérée. Cette expression de l'angle solide sera utile pour définir l'étendue géométrique d'un faisceau lumineux.

- L'angle solide sous lequel on voit tout l'espace est 4π sr ; celui sous lequel on voit un demi-espace est 2π sr.

4 Etendue géométrique et étendue optique

Quand on étudie une expérience d'optique, il est essentiel de savoir comment est défini et comment est limité le faisceau de rayons lumineux utilisé. C'est cette étude qui conduit, pour un instrument d'optique, à définir d'une part les pupilles qui limitent le faisceau des rayons utiles émis par un point de l'objet examiné, et d'autre part le champ de l'instrument, c'est à dire le contour à l'intérieur duquel doit se trouver ce point pour être effectivement vu.
Un large faisceau de rayons lumineux, comme celui qui traverse un instrument d'optique, peut être considéré comme la juxtaposition de faisceaux élémentaires, définis en isolant par un diaphragme AB une petite partie de la source, et en limitant par un second diaphragme $A'B'$, de dimensions également petites, les rayons provenant de AB admis dans l'appareil. Toute droite joignant un point de AB à un point de $A'B'$ est un rayon du faisceau élémentaire.
De façon imagée, l'*étendue géométrique* du faisceau élémentaire est le nombre de rayons qu'elle contient. Elle est proportionnelle à l'aire apparente $dS \cos\theta$ du diaphragme AB vu depuis le centre de $A'B'$, et à l'aire apparente $dS' \cos\theta'$ du diaphragme $A'B'$ vu depuis le centre de AB. Les angles θ et θ' sont définis par la normale au diaphragme correspondant et le rayon moyen du faisceau élémentaire. Par ailleurs, si on multiplie par deux la distance d entre AB et $A'B'$, il faudra multiplier par deux les dimensions de $A'B'$ pour que le même faisceau soit intercepté. Cela veut dire qu'on a multiplié par 4=2^2 la surface $dS' \cos\theta'$, mais que l'étendue géométrique est inchangée (le nombre de rayons n'a pas changé). Il faut donc que l'étendue géométrique soit inversement proportionnelle à d^2.
On en déduit l'expression de l'étendue géométrique d^2G d'un faisceau élémentaire :
$$d^2G = \frac{dS \cos\theta dS' \cos\theta'}{d^2} = dS \cos\theta d\Omega' = dS' \cos\theta' d\Omega$$
où $d\Omega'$ est l'angle solide sous lequel est vu $A'B'$ depuis le centre de AB et $d\Omega$ est l'angle solide sous lequel est vu AB depuis le centre de $A'B'$.
On constate que AB et $A'B'$ jouent des rôles symétriques dans l'expression de l'étendue géométrique. Les trois expressions ci-dessus sont équivalentes ; laquelle choisir en pratique dépend du calcul qu'on souhaite mener. L'étendue géométrique G d'un faisceau large est l'intégrale de d^2G sur l'ensemble des surfaces élémentaires AB qui constituent la source et sur l'ensemble des surfaces élémentaires $A'B'$ qui constituent le récepteur.

Si le faisceau se trouve dans un milieu d'indice n, on appelle *étendue optique* la grandeur n^2G. On admettra ici que l'étendue optique se conserve lorsqu'on passe d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2 :

$$n_1^2 G_1 = n_2^2 G_2$$

Dans le vide ou dans l'air, l'étendue géométrique et l'étendue optique coïncident. La figure 2 illustre la no-

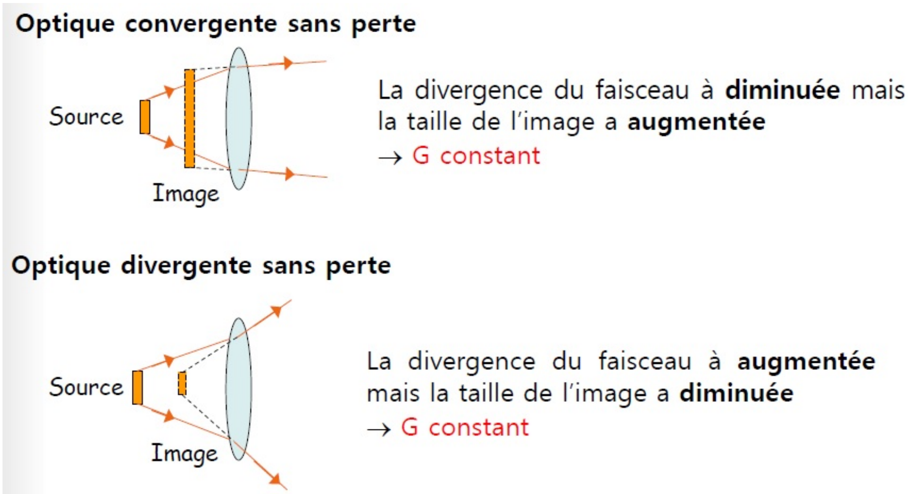

Figure 2: Illustration de l'étendue optique et de sa conservation : si la divergence du faisceau varie, la taille de l'image varie en sens inverse. Source : cours IOGS de J. Moreau.

tion d'étendue optique et sa conservation : si la divergence d'un faisceau diminue à la traversée d'un dioptre (diminution d'un angle solide), il faut que la taille de l'image augmente (augmentation de la surface $dS' \cos\theta'$) pour assurer la conservation de l'étendue optique. L'étendue s'exprime en $\mathrm{m}^2{\cdot}\mathrm{sr}$.
Pour un faisceau s'appuyant sur une source plane de surface S et allant vers un détecteur vu sous un rayon angulaire α, l'étendue géométrique vaut $G = \pi S \sin^2 \alpha$.

5 Intensité

L'intensité I d'un émetteur dans une direction donnée est le flux qu'il émet par unité d'angle solide dans la direction considérée. Dans les unités énergétiques, I s'exprime en $\mathrm{W}{\cdot}\mathrm{sr}^{-1}$. Dans le système d'unités visuelles, I s'exprime en candela (cd), avec 1 cd = 1 $\mathrm{lm}{\cdot}\mathrm{sr}^{-1}$.
Si le récepteur est vu depuis la source sous un angle solide $d\Omega'$, et si $d\Phi$ est le flux émis par la source dans la direction du détecteur dans cet angle solide, l'intensité de la source est :

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega'}$$

Il existe des sources très particulières, dites isotropes (les étoiles par exemple), dont l'intensité dépend très peu de la direction d'émission, mais cette situation est rare. Pour définir le comportement angulaire du rayonnement, on utilise l'indicatrice, aussi appelée diagramme de rayonnement : c'est un graphe qui représente l'intensité en fonction de la direction. Pour une source isotrope, le diagramme de rayonnement est une sphère. Pour une source très directive comme un laser, il s'agit d'une courbe très allongée le long de la direction d'émission.
Il est à noter que l'intensité caractérise le rayonnement de la source, mais pas la source elle-même : deux rayonnements peuvent avoir la même intensité, le premier à partir de plusieurs petits émetteurs, et le second à partir d'un seul émetteur plus gros.

6 Luminance

La notion de luminance permet d'avoir accès à la répartition spatiale des émetteurs de la source, à leur importance relative etc. Ceci est important lorsqu'on fait de l'imagerie.
Pour y avoir accès, on sélectionne une petite partie de la surface émissive à l'aide d'un diaphragme de surface

apparente $dS\cos\theta$ et on observe l'intensité dI qu'elle émet dans une direction donnée. Si $d^2\Phi$ est le flux émis dans cette direction, on a $dI = d^2\Phi/d\Omega'$ et on appelle luminance L la grandeur :

$$L = \frac{dI}{dS\cos\theta} = \frac{d^2\Phi}{dS\cos\theta d\Omega'} = \frac{d^2\Phi}{d^2G}$$

L'unité de la luminance est le W·m^{-2}·sr^{-1} (unités énergétiques) ou le cd·m^{-2} (unités visuelles).
En général, L dépend de θ. Si cette dépendance est négligeable, on dit que la source obéit à la loi de Lambert. Le rayonnement d'un corps noir, et le rayonnement des corps qui diffusent la lumière uniformément dans toutes les directions, vérifient cette loi. Inversement, les surfaces réfléchissantes ou brillantes ne la vérifient pas.

7 Eclairement

L'éclairement E d'une surface dS' est le flux incident par unité de surface :

$$E = \frac{d\Phi}{dS'}$$

L'éclairement s'exprime en W·m^{-2} (unités énergétiques) ou en lux (unités visuelles) avec 1 lux = 1 lm·m^{-2}.
Comme $d\Phi = Id\Omega' = IdS'\cos\theta'/d^2$ par définition de l'intensité, on en déduit que l'éclairement vérifie :

$$E = I\frac{\cos\theta'}{d^2}$$

où on voit que l'éclairement décroît comme le carré de la distance à la source et dépend du cosinus de l'angle entre le rayon lumineux et la normale à la surface : l'éclairement est nul en incidence rasante et maximal en incidence normale. Ce résultat constitue la loi de Bouguer.

8 Exitance

L'exitance M d'une surface émissive en un point est le flux émis *dans un demi-espace* par unité d'aire de la surface émissive centrée en ce point :

$$M = \frac{d\Phi}{dS}$$

M s'exprime en W·m^{-2} (unités énergétiques) ou en lm·m^{-2} (unités visuelles). Attention : une exitance ne s'exprime pas en lux. Il ne faut pas confondre l'exitance (puissance *émise* par unité de surface) avec l'éclairement (puissance *reçue* par unité de surface).
Pour une source de luminance L uniforme, on a $M = \pi L$.

9 Quantité de lumière

La quantité de lumière Q délivrée par une source de flux Φ pendant une durée Δt est l'énergie émise par cette source pendant la durée Δt : $Q = \Phi\Delta t$. Elle s'exprime en joules (J) dans les unités énergétiques, en lm·s dans les unités visuelles, et en nombre de photons dans les unités photoniques.

10 Exposition

L'exposition H d'une surface est l'énergie qu'elle reçoit par unité de surface pendant une durée Δt : $H = E\Delta t$ où E est l'éclairement. L'exposition s'exprime en J·m^{-2} (unités énergétiques), en lux·s (unités lumineuses) ou en nombre de photons par mètre carré (unités photoniques).

11 Rappel des unités des différentes grandeurs

Il faut être capable de retrouver la signification d'une grandeur à partir de ses unités (attention aux cas qui ne se déduisent pas seulement des unités, comme exitance et éclairement).

Tableau 1 – Grandeurs et unités radiométriques et photométriques dans le Système International			
Grandeurs	Unités		
	énergétiques (indice e)	photoniques (indice p)	lumineuses (indice v)
Flux Φ (transporté par un faisceau)	watt (W) = J/s	s^{-1}	lumen (lm) = cd · sr
Luminance L (dans un pinceau de rayonnement) ≡ flux par unité d'étendue géométrique	$W/(m^2 \cdot sr)$	$s^{-1} \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$	cd/m^2 (= nit)
Éclairement E (d'une surface réceptrice) ≡ flux reçu par unité de surface	W/m^2	$s^{-1} \cdot m^{-2}$	lux = lm/m^2
Exitance M (d'une surface émettrice) ≡ flux émis par unité de surface	W/m^2	$s^{-1} \cdot m^{-2}$	lm/m^2
Intensité I (d'une source) ≡ flux émis par unité d'angle solide	W/sr	$s^{-1} \cdot sr^{-1}$	candela (cd)
Quantité de lumière Q ≡ intégrale du flux pendant un intervalle de temps	Joule (J)	sans dimension	lm · s
Exposition H (d'une surface réceptrice) ≡ intégrale de l'éclairement pendant un intervalle de temps	J/m^2	m^{-2}	lux · s

Figure 3: Récapitulatif des unités des différentes grandeurs dans les différents systèmes d'unités. Source : Techniques de l'ingénieur.

12 Conservation de l'étendue

Nous avons vu que l'étendue optique n^2G se conserve. Lorsque les milieux extrêmes d'un instrument d'optique sont identiques (généralement de l'air), cette conservation entraîne celle de l'étendue géométrique G.

Par exemple, si on doit projeter sur un écran, avec un fort grandissement, l'image d'un objet étendu éclairé

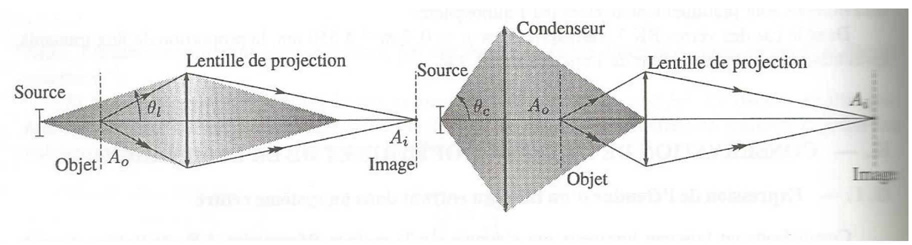

Figure 4: Projection d'un objet sur un écran, à gauche sans condenseur, à droite avec condenseur. On voit que le condenseur permet d'augmenter l'étendue dans l'espace objet, et donc celle-ci sera plus grande aussi dans l'espace image, ce qui permet d'obtenir une image plus lumineuse. Source : "Optique", J.-P. Perez.

par une source S. L'objet doit être placé assez près du foyer objet de la lentille de projection. Avec une lentille supplémentaire, appelée condenseur, placée entre la source et l'objet, et travaillant à forte ouverture, on augmente beaucoup l'étendue du faisceau et donc le flux lumineux qui pénètre dans la lentille de projection (voir figure 4). Le rapport des étendues est $\sin^2\theta_c/\sin^2\theta_l$. On obtient ainsi une image plus lumineuse, et donc plus confortable à observer. Il est à noter que la qualité du condenseur peut être médiocre car cette lentille forme une image qui ne présente pas d'intérêt pour la projection de l'objet.

13 Conservation de la luminance

Si on note τ le facteur de transmission énergétique d'un système optique, avec Φ_1 le flux à l'entrée et Φ_2 le flux à la sortie : $\Phi_2 = \tau\Phi_1$. Comme $\Phi_1 = L_1G_1$ et $\Phi_2 = L_2G_2$, et que l'étendue optique n^2G se conserve, on en déduit que :

$$\frac{L_2}{n_2^2} = \tau\frac{L_1}{n_1^2}$$

Dans le cas très fréquent où les milieux extrêmes sont identiques, et si le flux lumineux se conserve ($\tau = 1$), alors la luminance se conserve : $L_2 = L_1$.