HOLOGRAPHIE

1. ETUDE DU MONTAGE D'ENREGISTREMENT

0: objet

H: plaque holographique

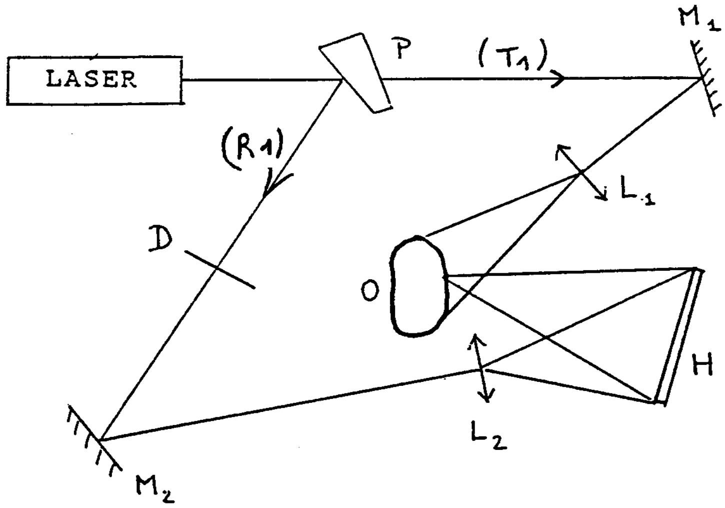
M_1, M_2: miroirs

L_1, L_2: Lentilles ou objectifs de microscope

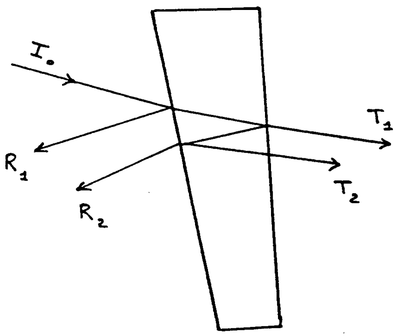
P: lame prismatique

D: filtre de densité

T_1, R_1: voir schéma agrandi du paragraphe I.1.



I.1. Lame prismatique



Soit un prisme d'indice n et d'angle A faible.
I_0 est l'intensité du faisceau incident.
Les incidences sont suffisamment faibles pour que les coefficients de réflexion sur les dioptres aient une valeur très voisine de la valeur prise en incidence normale.

Exprimer les intensités des faisceaux réfléchis (R_l et R_2) et transmis (T_1 et T_2) en fonction de I_0 lorsque l'indice extérieur vaut 1 et que n est égal à 1,5. (Il n'y a pas d'absorption, ni de diffusion).

1.2. - Longueurs des chemins optiques

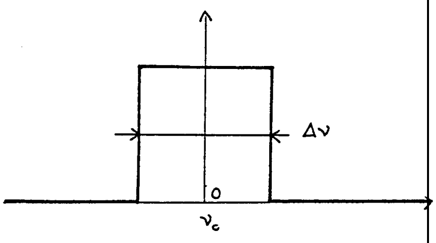
On n'utilise que les faisceaux R_1 et T_1.
En partant de la lame, on appelle "trajet objet" le trajet suivi par T_1 (réflexion sur M_1, traversée de L_l diffusion par l'objet, éclairage de la plaque): soit d_l la longueur moyenne de ce trajet.
En partant de la lame, on appelle "trajet de référence" le trajet suivi par R_1 (réflexion sur M_2, traversée de L_2, éclairage de la lame): soit d_2 sa longueur moyenne.
Pour obtenir un bon enregistrement sur la plaque, d_l et d_2 doivent différer au maximum de la longueur de cohérence de la source.

1.2.1. On notera c la vitesse de la lumière dans le vide.

On suppose que les 2 ondes qui interfèrent sont monochromatiques de fréquence ν, de même amplitude a et que leur déphasage est dû uniquement à la différence $\delta = d_l - d_2$ des chemins optiques des deux trajets. Etablir l'expression de l'intensité I (ν) de la vibration résultante en fonction de a, ν et δ.

1.2.2. En réalité la source n'est pas parfaitement monochromatique mais elle a une répartition spectrale rectangulaire donnée par:

Intensité spectrale



La contribution de chaque bande de fréquence ν, de largeur $d\nu$, à l'intensité de la vibration résultante vaut:

$$0 \text{ si } \nu \ \langle\ \nu_0+\Delta\nu/2 \text{ et si } \nu \ \rangle\ \nu_0-\Delta\nu/2$$
$$dI = I_{(\nu)}\, d\nu \text{ si } \nu_0-\Delta\nu/2 \ \langle\ \nu \ \langle\ \nu_0+\Delta\nu/2$$

où $I(\nu)$ est la fonction obtenue au l.2.1.

Montrer que l'intensité I, somme de toutes les contributions, se met sous la forme:

$$\boxed{I = K\left(1+\gamma \cdot \cos\frac{2\pi\nu_0\delta}{c}\right)}$$

avec K constant et $\gamma = \dfrac{\sin\left(\frac{\pi\Delta\nu\delta}{c}\right)}{\frac{\pi\Delta\nu\delta}{c}}$

1.2.3. Pour quelle valeur minimale de $|\delta|$ égale à *L*, obtient-on $\gamma = 0$?

1.2.4. Application numérique: calculer L. On donne: $\Delta\nu = 3.10^9$ Hz ainsi que la célérité de la lumière dans le vide, $c = 3.10^8$ m.s^{-1}.

1.3. - Rôle du filtre de densité

En pratique, on obtient généralement un mauvais contraste bien que l'égalité des longueurs des trajets soit aussi bonne que possible. Cela vient du fait que les intensités des ondes objet et référence sont trop différentes

1.3.1. On fait interférer 2 ondes monochromatiques planes, de même fréquence, d'amplitude respective

$$a_1 = \sqrt{I_1} \qquad \text{et} \qquad a_2 = \sqrt{I_2}$$

déphasés entre elles d'un angle φ variable.

a) Exprimer l'intensité I de l'onde résultante en fonction de I_1, I_2,φ

b) Calculer le facteur de contraste : $C = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

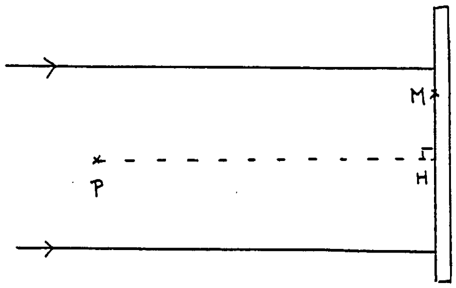
lorsque $I_2 = 50.I_1$

1.3.2. On mesure séparément les densités moyennes de puissance du faisceau objet (P_{objet}) et du faisceau de référence ($P_{réf.}$) sur la plaque holographique, en l'absence de filtre de densité.

On trouve P_{objet} = 0,5 µW/cm^2 et $P_{réf.}$ = 25 µW/cm^2.

a) Calculer la densité optique du filtre à interposer pour avoir $P_{objet} = P_{rét}$
b) Quel doit être le temps total d'exposition si l'on veut, sur la plaque, une densité d'énergie de 25 µJ/cm^2, une fois le filtre de densité installé ?

1.4. Résolution de la plaque



Une étude simplifiée de l'enregistrement consiste à considérer chaque point P de l'objet comme une source cohérente avec une onde plane de référence (hologramme de Gabor) de direction perpendiculaire à la plaque.
P émet des ondes sphériques.

On pose PH = D et HM = x « D.

1.4.1. Montrer que si les intensités des 2 ondes sont identiques, l'intensité sur la plaque peut s'écrire
$\boxed{I = I_H \cdot (\cos \frac{\pi x^2}{2\lambda D})^2}$ où I_H représente l'intensité lumineuse au point H.

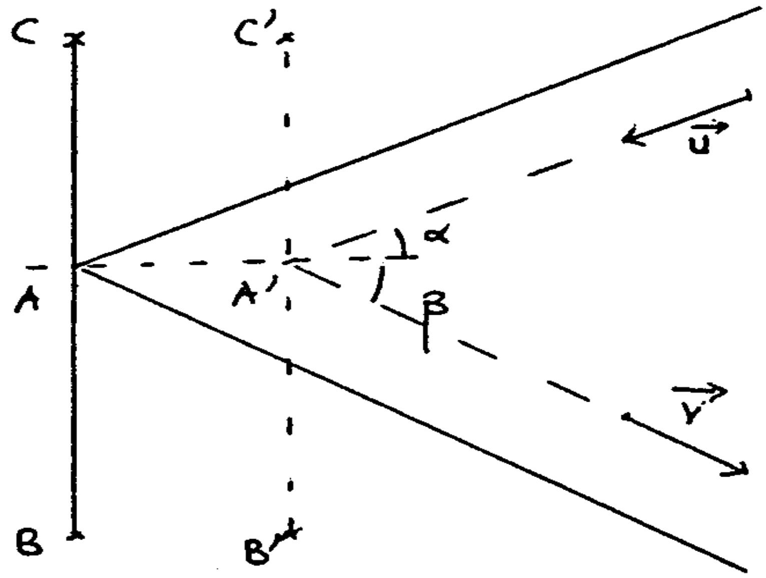
I.4.2. Donner l'allure de la courbe I = f(x) et donner l'expression littérale du rayon des anneaux correspondant à une intensité nulle.

1.4.3. Calculer l'intervalle i entre le huitième et le neuvième anneau, lorsque D = 15 cm et à = 633 nm.

1.4.4. Pour avoir des informations sur les différents points de l'objet, on considère l'enregistrement satisfaisant si le pouvoir de résolution permet de mémoriser sur la plaque des détails dont la dimension est de l'ordre de i /50
Donner la résolution minimale de la plaque en traits/mm.

2.EXPLOITATION DE L'HOLOGRAMME.

On étudie la déformation d'un objet par interférométrie holographique en double exposition. On superpose 2 images holographiques d'un même objet sur la même plaque ; entre les 2 poses, l'objet s'est déplacé d'une quantité AA' très faible.



faisceau parallèle d'éclairage de l'objet

CAB est l'image de l'objet lors de la 1ère pose.
C'A'B' est l'image de l'objet lors de la 2ème pose.
u et v : vecteurs unitaires

faisceau parallèle d'observation (vers la plaque)

2.1. Montrer que la différence de marche en A entre les 2 poses s'écrit : $\boxed{\delta = AA'.w}$ avec w=v-u

2.2. En déduire que l'on observe en A une frange brillante si la composante d_x de AA' dans la direction de w est telle que : $d_x.\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = k.\frac{\lambda}{2}$

2.3. Calculer k pour $d_x = 4$ µm $\alpha + \beta = 60°$ $\lambda = 633$ nm.

2.4. De quel angle l'observateur doit-il se déplacer pour que k diminue d'une demi-unité?(d gardant toujours la même valeur).

RAPPEL DE QUELQUES FORMULES DE TRIGONOMETRIE.

$\cos p + \cos q = 2\cos(\frac{p-q}{2}).\cos(\frac{p+q}{2})$

$\sin p - \sin q = 2\sin(\frac{p-q}{2}).\cos(\frac{p+q}{2})$