Correction du DS n° 4 du 03/02/2017

Exercice 1 : BTS 2012

1. Avec $\lambda = 405$ nm, la couleur est violette.
2. L'énergie d'un photon est $E = hc/\lambda = 4,91 \cdot 10^{-19}$ J. Le nombre de photons émis par seconde est alors $N = P/E = 1,02 \cdot 10^{17}$ (il faut exprimer P en watts).
3. On connait la divergence totale $\alpha = 1,00$ mrad $= 2\lambda/(\pi w_0)$. On en déduit $w_0 = 2\lambda/(\pi\alpha) = 2,58 \cdot 10^{-4}$ m $= 258$ μm.
4. La distance de Rayleigh est $z_R = \pi w_0^2/\lambda = 0,516$ m.
5. Le waist image se trouve au foyer image de la lentille.
6. On a $z = -f_1'$, donc $w_0'/w_0 = f_1'/\sqrt{0 + z_R^2} = f_1'/z_R$. On en déduit $w_0' = w_0 f_1'/z_R = 2,58 \cdot 10^{-4} \times 50,0 \cdot 10^{-3}/0,516 = 2,50 \cdot 10^{-5}$ m $= 25$ μm.

Exercice 2 : Faisceau gaussien et afocal

1. On réalise un montage avec deux lentilles convergentes. Comme le waist est augmenté, la lentille de plus courte focale est en premier. Le foyer image de la première lentille est confondu avec le foyer objet de la seconde. La distance entre les lentilles est égale à la somme des distances focales.
2. Le grandissement, qui est ici de 10 (rapport du waist image sur le waist incident), est égal au rapport des distances focales. Ce rapport vaut donc 10.
3. La divergence totale est inversement proportionnelle au rayon du waist. Si le waist est multiplié par 10, la divergence est divisée par 10. Elle vaut donc 0,0896 mrad.
4. Le rôle du pinhole est de filtrer le faisceau gaussien issu de L_1. Son diamètre doit valoir trois à quatre fois w_1 pour laisser passer le faisceau gaussien mais pas les parasites.
5. Pour le faisceau incident, la surface est $\pi w_0^2 = 6,36 \cdot 10^{-7}$ m^2 = 6,37$\cdot 10^{-3}$ cm^2. La puissance totale étant de 15 mW, on trouve une puissance surfacique de $15 \cdot 10^{-3}/(6,37 \cdot 10^{-3}) = 2,36$ W/cm^2. Pour le faisceau image, la surface est $\pi w_0'^2$ et on trouve une puissance surfacique de 2,36$\cdot 10^{-2}$ W/cm^2. Après passage par l'afocal, la puissance surfacique a été divisée par 100.

Exercice 3 : Intensité d'un faisceau gaussien

1. La puissance maximale est I_0. On veut que $I = 0,90 \times I_0$ pour $r = 2,00$ mm, soit $I_0 e^{-2\times 2^2/w^2} = 0,90 \times I_0$ avec w en mm. On en déduit $0,90 = e^{-8/w^2}$, puis $-8/w^2 = \ln(0,90)$, soit $w^2 = -8/\ln(0,90) = 75,93$ mm^2, et enfin $w = 8,71$ mm.
2. On cherche z dans l'équation $w = w_0\sqrt{1 + (z/z_R)^2}$. Cette équation donne $w^2/w_0^2 = 1 + (z/z_R)^2$, soit encore $z/z_R = \sqrt{w^2/w_0^2 - 1}$ et finalement $z = z_R\sqrt{w^2/w_0^2 - 1}$. On calcule $z_R = \pi w_0^2/\lambda = 376$ m, et on trouve alors $z = 18$ m.
3. Cette distance est très grande, non réalisable en pratique.

Exercice 4 :

1. $\lambda_{pompe} = hc/((1,273 - 0) \times 1,6 \cdot 10^{-19}) = 975$ nm.
2. $\lambda_1 = hc/((0,817 - 0) \times 1,6 \cdot 10^{-19}) = 1519$ nm; $\lambda_2 = hc/((0,803 - 0) \times 1,6 \cdot 10^{-19}) = 1546$ nm.

3. Si 90% de la puissance incidente est absorbée, 10% sont transmis. On cherche donc la longueur L telle que $P/P_0 = 0,1$, c'est à dire $e^{-\alpha L} = 0,1$ ou encore $L = -\ln 0,1/\alpha = 2558$ cm = 25,58 m.

4. $\lambda_0 = 1532$ nm. La largeur à mi-hauteur est comprise entre les longueurs d'onde 1527 nm et 1550 nm, soit une largeur de 23 nm.

Exercice 5 :

1. Condition de résonnance de la cavité : $\frac{2\pi}{\lambda}2nL = k2\pi$ avec k entier, soit $\lambda = 2nL/k$ et $\nu = c/\lambda = kc/(2nL)$.

2. Il s'agit de l'intervalle spectral libre qui vaut $\Delta\nu = c/(2nL)$.

3. On compte 3 ISL entre 795 nm et 796 nm, soit $\Delta\nu = 0,33$ nm.

4. Voir le cours pour la démonstration de la formule. On trouve $\Delta\nu = 3,00 \cdot 10^8 \times 0,33 \cdot 10^{-9}/(796 \cdot 10^{-9})^2 = 1,56 \cdot 10^{11}$ Hz = 156 GHz.

5. $L = c/(2n\Delta\nu) = 2,67 \cdot 10^{-4}$ m = 267 μm.