

Faisceau gaussien

1 Introduction

La forme du faisceau lumineux émis par un laser est particulière, et correspond à un faisceau gaussien, ainsi nommé car l'intensité décroît suivant une loi gaussienne lorsqu'on s'écarte du centre du faisceau.

Une étude spécifique doit lui être consacrée pour deux raisons. Premièrement, il possède des caractéristiques qu'il faut connaître pour déterminer les propriétés du faisceau sortant d'un laser. Deuxièmement, il ne vérifie pas les lois de l'optique géométrique car il ne peut pas être décrit entièrement en terme de rayons lumineux. Nous verrons donc dans quels cas importants les lois de l'optique géométrique s'appliquent approximativement, et dans quels cas il faut employer d'autres méthodes.

2 Structure du faisceau gaussien (mode TEM₀₀)

On considère une onde se propageant le long de l'axe Oz. Le plan (xy) est perpendiculaire à la direction de propagation. L'onde issue de la cavité laser est une onde sphérique gaussienne. Cela signifie que les surfaces d'ondes sont sphériques, et que l'intensité décroît comme $e^{-2(x^2+y^2)/w^2}$ lorsqu'on s'éloigne de l'axe Oz. w est une largeur caractéristique du faisceau, dont on verra qu'elle dépend de la position sur l'axe Oz.

2.1 Description du faisceau gaussien (mode TEM₀₀)

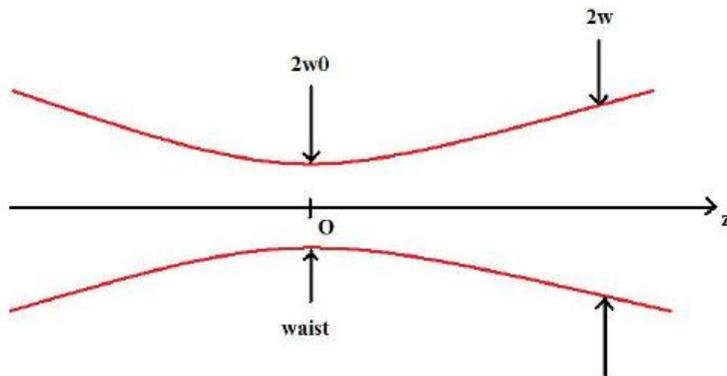


Figure 1: Le faisceau a une symétrie de révolution autour de l'axe Oz. Le diamètre du faisceau en un point d'abscisse z est $2w$, c'est à dire que w représente le rayon. w varie en fonction de z , et on appelle waist w_0 sa valeur minimale. Par convention, la position du waist est en $z = 0$. La courbe hyperbolique tracée en rouge est l'enveloppe du faisceau : ce n'est pas un rayon lumineux.

L'allure du faisceau est représentée sur la figure 1. Il a une symétrie de révolution autour de l'axe Oz. w est le *rayon* du faisceau en un point de Oz. Il passe par un minimum w_0 appelé waist en $z = 0$.

Près du waist, l'onde gaussienne se comporte comme une onde plane et la faisceau est presque parallèle. Loin du waist, elle se comporte comme une onde sphérique centrée en O. Le fait d'être "près du waist" signifie que z est petit par rapport à une longueur caractéristique du faisceau appelée "distance de Rayleigh" et notée z_R . Loin du waist signifie $z \gg z_R$.

2.1.1 Intensité du faisceau

2.1.2 Dimension du faisceau

On admettra que

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \text{ avec } z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

où λ est la longueur d'onde et z_R est appelée distance de Rayleigh.

Cela peut se réécrire $(w(z)/w_0)^2 - (z/z_R)^2 = 1$, qui est l'équation d'une hyperbole.

Il y a trois cas importants : $z \ll z_R$, $z = z_R$ et $z \gg z_R$:

2.1.3 Conclusion

Les caractéristiques d'un faisceau gaussien : divergence, distance de Rayleigh et diamètre en un point dépendent uniquement du waist et de la longueur d'onde. Ces deux grandeurs suffisent donc à caractériser

un faisceau gaussien. Mais si on connaît la longueur d'onde et la divergence ou la distance de Rayleigh, on peut en déduire le waist.

3 Faisceau gaussien et cavité laser

3.1 Détermination de la position et de la largeur du waist

Nous avons vu dans le chapitre précédent que c'est la forme de la cavité d'un laser qui détermine la forme du faisceau qu'elle émet. En particulier, c'est parcequ'elle est constituée de miroirs sphériques (un peut éventuellement être plan) que le faisceau est gaussien. La cavité est caractérisée par sa longueur ℓ et par les rayons de courbure R_1 et R_2 de ses miroirs. La position et la largeur du waist dépendent de ces trois paramètres. On les détermine en utilisant le fait que les miroirs sont des surfaces d'ondes.

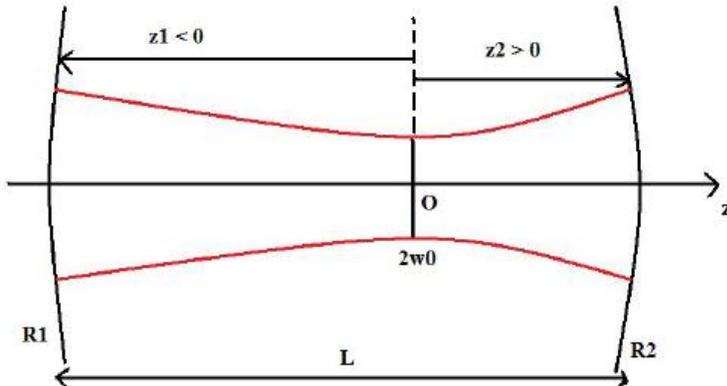


Figure 2: La cavité de longueur ℓ est composée de deux miroirs de rayons de courbure R_1 et R_2 . On veut déterminer la distance algébrique z_1 entre le waist et le miroir de gauche. L'origine est choisie au waist. On aura ainsi déterminé la position du waist dans la cavité. On pourra en déduire la distance de Rayleigh, puis la largeur du waist du faisceau.

La figure 2 donne les notations. On donne les formules pour les distances algébriques z_1 du waist au miroir de gauche, et z_2 du waist au miroir de droite, l'origine des abscisses étant prise au waist. On aura ainsi déterminé la position du waist. Dans un second temps, on en déduit la distance de Rayleigh, à partir de laquelle on calcule le rayon w_0 du waist :

$$z_1 = \frac{\ell(R_1 - R_2)}{R_1 + R_2 - 2\ell} \quad z_2 = \frac{\ell(R_2 - R_1)}{R_1 + R_2 - 2\ell} \quad z_R^2 = \frac{\ell(R_1 - \ell)(R_2 - \ell)(R_1 + R_2 - \ell)}{(R_1 + R_2 - 2\ell)^2}$$

La condition $z_R^2 > 0$ redonne la condition de stabilité de la cavité.

On déduit la largeur du waist de $w_0^2 = \lambda z_R / \pi$.

Ces formules sont données pour justifier que la cavité détermine entièrement le faisceau laser. Elles ne sont pas à connaître.

3.2 Modes transverses de la cavité

A l'intérieur d'une cavité, il peut exister plusieurs types de faisceaux gaussiens, dits modes transverses électromagnétiques TEM_{mn} , où m et n sont le nombre de fois où l'intensité s'annule suivant x et y . En général, c'est le mode TEM_{00} qui ne s'annule jamais qui est le plus stable et pour lequel les cavités sont réglées. Cependant, on peut obtenir les autres modes en tournant légèrement les miroirs. Leur intensité est donnée par une gaussienne multipliée par un polynôme s'annulant m fois suivant x et un polynôme s'annulant n fois suivant y . Les polynômes sont des polynômes de Hermite. L'allure des différents modes TEM est donnée sur la figure 3.

4 Image d'un faisceau gaussien par une lentille

Un faisceau gaussien est entièrement déterminé par sa longueur d'onde et son waist. Le problème qui se pose est le suivant : étant donné un faisceau gaussien incident dont le waist w_0 est situé à la distance z d'une lentille mince de focale f' , quelles sont la position z' et la valeur w'_0 du waist du faisceau image ? On

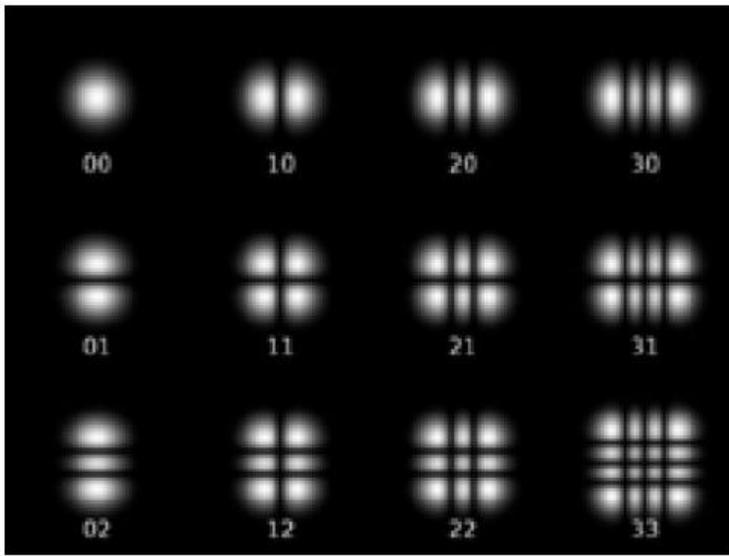


Figure 3: Allures des premiers modes TEM_{mn} .

comptera les distances algébriquement à partir du centre de la lentille comme en optique géométrique. Il s'avère que le waist image n'est pas l'image géométrique du waist objet. En ce sens, le faisceau gaussien ne suit pas les lois de l'optique géométrique.

On admet les résultats suivants :

$$z' = f' \frac{z(f' + z) + z_R^2}{(f' + z)^2 + z_R^2} \quad (1)$$

avec z_R la distance de Rayleigh du faisceau objet, et

$$\frac{w'_0}{w_0} = \frac{f'}{\sqrt{(f' + z)^2 + z_R^2}} \quad (2)$$

Ces formules ne sont pas à connaître, mais il faut absolument savoir les utiliser si elles sont données. Nous allons voir quelques cas particuliers importants.

4.1 Si $z, f' \ll z_R$

4.2 Waist objet au foyer objet

4.3 Si $z \gg z_R$

Dans cette limite, l'onde incidente sur la lentille est une onde sphérique divergente centrée sur le waist objet, qui vérifie alors les lois de l'optique géométrique. Dans ce cas limite, la position et le grandissement du waist

image sont donnés par l'optique géométrique.

5 Image d'un faisceau gaussien par un système afocal

Un système afocal est constitué de deux lentilles L_1 et L_2 de distances focales f'_1 et f'_2 , avec le foyer image de la première au foyer objet de la deuxième. La distance entre les deux lentilles est donc $f'_1 + f'_2$. On peut utiliser soit deux lentilles convergentes, soit une lentille divergente de courte focale et une convergente de plus grande focale (c'est moins encombrant).

En optique géométrique, l'image d'un faisceau parallèle à l'axe optique par un afocal est aussi un faisceau parallèle à l'axe optique, élargi d'un facteur f'_2/f'_1 .

La question est de savoir si on peut élargir ou rétrécir un faisceau gaussien avec un tel système, et si oui, avec quel grandissement.

Il y a deux manières de procéder. Nous commençons par la moins fréquente, et finissons par la plus fréquente (de loin).

5.1 Waist du faisceau incident au foyer objet de L_1

Ce réglage est assez difficile à réaliser, car on ne sait pas où précisément se trouve le waist issu d'un laser. Par contre le situation est théoriquement possible.

5.2 Waist proche de L_1

On constate qu'un afocal permet d'élargir un faisceau gaussien conformément à l'optique géométrique et de diminuer d'autant sa divergence. On peut aussi s'en servir pour diminuer le diamètre d'un faisceau laser, mais en augmentant d'autant sa divergence.

6 Image d'un faisceau gaussien par un filtre spatial

Pour obtenir un faisceau laser large, une technique simple consiste à faire passer un faisceau issu d'un laser à travers une lentille de courte focale ou un objectif de microscope : on obtient alors un faisceau gaussien très divergent. Un problème se pose cependant : à cause des défauts de la lentille et/ou des interférences entre les ondes réfléchies et transmises entre les dioptries de l'objectif, il y a des faisceaux parasites en plus du faisceau gaussien qui nous intéresse. On filtre ces faisceaux parasites en plaçant un petit trou appelé pinhole au niveau du waist image. Ce trou doit avoir un diamètre assez grand pour que le faisceau gaussien ne soit pas diffracté : il doit donc avoir un diamètre supérieur à $2w'_0$ (qui est le diamètre du waist image). Par contre, il doit être assez petit pour filtrer les faisceaux parasites. Un diamètre convenable se situe entre $3w'_0$ et $4w'_0$. Par exemple, pour un waist image de $3\ \mu\text{m}$, c'est à dire un diamètre de faisceau gaussien de $6\ \mu\text{m}$, un pinhole ayant un diamètre de 9 à $12\ \mu\text{m}$ convient.

En pratique, on détermine la largeur du waist image par $w'_0 = \lambda f' / (\pi w_0)$ où f' est la distance focale de l'objectif et w_0 le waist du faisceau incident, puis on en déduit la taille adaptée du pinhole.