

# Lames à retard

Les lames à retard sont des lames à faces à parallèles taillées dans un milieu anisotrope. En général, il s'agit d'un milieu uniaxe (quartz ou calcite), et l'axe optique est parallèle aux faces. Ces lames sont utilisées en incidence normale. En traversant la lame, l'onde incidente se décompose en onde extraordinaire, de polarisation parallèle à l'axe optique, et onde ordinaire, de polarisation perpendiculaire à l'axe optique. Ces deux ondes se propagent avec des indices différents, donc des vitesses différentes, et l'une sort en retard par rapport à l'autre. D'où le nom de lames à retard donné à ces lames.

## 1 Lignes neutres de la lame

### 1.1 Deux directions particulières

Il y a deux directions spéciales pour la polarisation de l'onde incidente sur la lame : celle de l'axe optique et celle perpendiculaire à l'axe optique. Si l'onde incidente est polarisée suivant une de ces deux directions, elle se propage dans la lame sans modification car elle correspond soit à l'onde ordinaire, soit à l'onde extraordinaire. Comme ces directions de polarisations ne subissent aucun changement, on les nomme lignes neutres de la lame. Celle avec le plus grand indice est appelée axe lent, et celle avec le plus petit indice est appelée axe rapide.

Exemples : lame de spath (calcite); c'est un milieu négatif ( $n_E < n_O$ ). L'axe rapide est donné par l'axe optique (onde extraordinaire), et l'axe lent lui est perpendiculaire. Ce serait le contraire avec un milieu positif (quartz).

### 1.2 Détermination expérimentale des lignes neutres

On place la lame entre polariseur et analyseur croisés, et on éclaire l'ensemble (la lumière peut être mono ou polychromatique). On fait tourner la lame autour de l'axe de propagation de la lumière. Lorsqu'on obtient l'extinction en sortie de l'analyseur, les lignes neutres sont parallèles aux directions du polariseur et de l'analyseur.

Explication : si on obtient l'extinction en sortie de l'analyseur, cela signifie que la polarisation qui sort de la lame est rectiligne, de même direction que celle du polariseur (puisqu'il est croisé avec l'analyseur). Donc la polarisation issue du polariseur se propage sans déformation dans la lame : il s'agit bien d'une des lignes neutres. La direction de l'analyseur lui est orthogonale : c'est la deuxième ligne neutre.

## 2 Influence d'une lame à retard sur une onde polarisée linéairement

La lumière traverse un polariseur avant de traverser la lame à retard. Soit  $\alpha$  l'angle entre la direction du polariseur et celle de l'axe optique de la lame. La polarisation sortant du polariseur se décompose en deux polarisations à l'entrée de la lame : celle parallèle à l'axe optique (axe des  $x$ ) et celle perpendiculaire à l'axe optique (axe des  $y$ ). Dans la base  $(x, y)$ , la polarisation à l'entrée de la lame s'écrit  $(a \cos(\omega t); b \cos(\omega t))$ , où  $a = a_0 \cos \alpha$  et  $b = a_0 \sin \alpha$  dépendent de l'amplitude  $a_0$  de l'onde issue du polariseur et de l'angle  $\alpha$ .

En traversant la lame, l'onde extraordinaire parcourt le chemin optique  $\delta_E = n_E e$ , où  $n_E$  est l'indice extraordinaire du milieu et  $e$  l'épaisseur de la lame. De même, l'onde ordinaire parcourt le chemin optique  $\delta_O = n_O e$ . Entre les deux ondes, il y a une différence de marche  $\delta = (n_E - n_O)e$  et une différence de phase  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ .

En modifiant l'origine des temps, on peut écrire la polarisation à la sortie de la lame :  $(a \cos(\omega t); b \cos(\omega t - \varphi))$ . Nous avons vu que cela correspond à une polarisation elliptique dans le cas général.

Dans la suite, nous allons étudier quelques lames à retard particulières.

### 3 Lames à retard particulières

#### 3.1 Lame onde

On suppose ici qu'on ait une lame à retard telle que  $\varphi = k2\pi$ ,  $k$  entier. Alors  $\delta = (n_E - n_O)e = k\lambda$  est un multiple entier de la longueur d'onde. On dit que la lame est une lame onde. La polarisation de sortie de la lame est alors la même que la polarisation rectiligne d'entrée : il n'y a pas de modification de la polarisation.

#### 3.2 Lame demi-onde ou $\lambda/2$

On suppose à présent que la lame est telle que  $\varphi = \pi$ . Alors  $\delta = \lambda/2$  et on appelle la lame demi-onde. La polarisation de sortie est alors rectiligne, symétrique de la polarisation d'entrée par rapport à l'axe optique de la lame. Une lame demi-onde conserve la polarisation rectiligne, mais la fait tourner de  $2\alpha$ . On pourrait faire la même chose avec un deuxième polariseur, mais alors on perdrait de l'intensité lumineuse.

#### 3.3 Lame quart d'onde ou $\lambda/4$

Supposons maintenant que  $\varphi = \pm\pi/2$ . Alors  $\delta = \pm\lambda/4$  et on parle de lame quart d'onde. La polarisation de sortie s'écrit alors  $(a \cos(\omega t); b \cos(\omega t \mp \pi/2)) = (a \cos(\omega t); \pm b \sin(\omega t))$ . La polarisation est elliptique, gauche ou droite selon le signe de  $\varphi$ , avec un des axes parallèle à l'axe optique. Si  $a = b$ , c'est à dire si le polariseur d'entrée est à  $45^\circ$  des lignes neutres, la polarisation de sortie est circulaire. Donc : résultat à retenir : polariseur à  $45^\circ$  des lignes neutres + lame quart d'onde produisent une polarisation circulaire.

**Remarque importante : une lame n'est onde, demi-onde ou quart d'onde que pour une seule longueur d'onde. En effet, la valeur de  $\varphi$  ou de  $\delta$  dépend explicitement de  $\lambda$ .**

## 4 Interférences en lumière polarisée

Les deux composantes de la polarisation de sortie présentent une différence de phase, mais ne peuvent pas interférer entre elles car elles ont des polarisations orthogonales. Il est possible de les faire interférer en les projetant toutes deux sur une même direction de polarisation à l'aide d'un polariseur (analyseur) placé en sortie de la lame.

Nous ne considérerons que les deux cas où les deux polariseurs sont orientés à  $45^\circ$  des lignes neutres de la lame. Cela correspond en effet à deux cas : celui où les deux polariseurs sont parallèles entre-eux (figure 1), et celui où ils sont croisés (figure 2).

#### 4.1 Polariseur et analyseur parallèles

Dans la base  $(x, y)$ , la polarisation à la sortie du premier polariseur est, en amplitude complexe,  $(a_0/\sqrt{2}; a_0/\sqrt{2})$ . En sortie de la lame, on a la polarisation :  $(a_0/\sqrt{2}; a_0 e^{i\varphi}/\sqrt{2})$ . En projetant sur la direction de l'analyseur, on trouve une amplitude complexe  $(a_0/\sqrt{2})/\sqrt{2} + (a_0 e^{i\varphi}/\sqrt{2})/\sqrt{2} = a_0/2(1+e^{i\varphi})$ . Cela correspond à l'intensité  $I = \frac{I_0}{2}(1+\cos \varphi) = I_0 \cos^2(\varphi/2)$ .

#### 4.2 Polariseur et analyseur croisés

La polarisation à la sortie de la lame est la même que dans le cas précédent. Seule change la projection sur l'analyseur de la composante horizontale de la polarisation. En projetant sur l'analyseur, on trouve cette fois-ci l'amplitude complexe :  $-(a_0/2) + a_0 e^{i\varphi}/2 = -a_0/2(1-e^{i\varphi})$ . L'intensité correspondante est  $I = \frac{I_0}{2}(1 - \cos \varphi) = I_0 \sin^2(\varphi/2)$ .

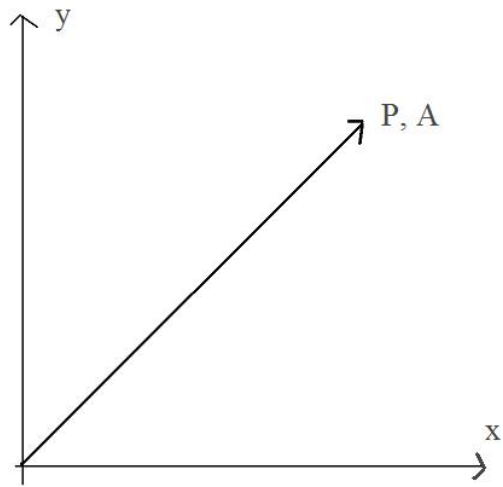


Figure 1:

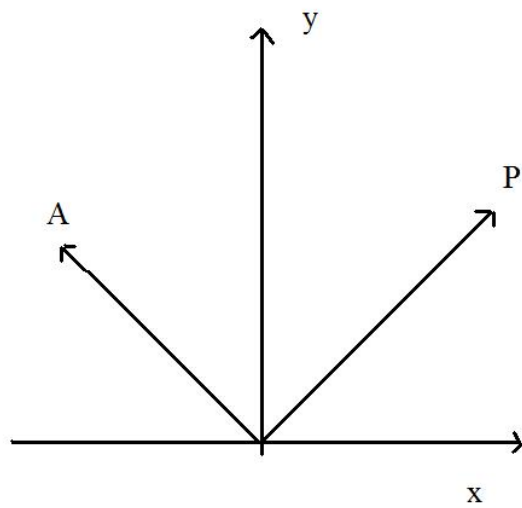


Figure 2: