Biréfringence d'un milieu uniaxe

Jusqu'à présent, nous avons considéré la propagation de la lumière dans des milieux isotropes, càd se comportant de la même façon quelque soit la direction de propagation. Il s'est avéré qu'il n'est pas nécéssaire de prendre en compte le caractère vectoriel de l'onde lumineuse, càd sa polarisation, pour expliquer les phénomènes observés.
Nous allons à présent nous intéresser à la propagation de la lumière dans des milieux anisotropes, càd qui ne se comportent pas de la même façon suivant la direction de propagation. Cette situation, qui peut sembler inutilement compliquée, est du plus haut intérêt pratique car elle permet de manipuler la lumière avec facilité. Citons comme applications les lames demi-onde et quart-onde, certains polariseurs, les cellules de Pockels et les isolateurs optiques. Cependant, la description de la propagation de la lumière dans les milieux anisotropes nécessite la notion de polarisation : la lumière avance avec des vitesses différentes suivant la direction, mais aussi suivant la polarisation.

1 Etude d'un cristal uniaxe

1.1 Introduction

Le spath d'Islande et le quartz sont des cristaux uniaxes naturels. Lorsque l'on pose un morceau suffisemment épais de spath d'Islande sur un texte, on voit ce texte dédoublé à travers le cristal : à partir d'un rayon lumineux incident, le cristal en forme deux. Il y a double réfraction, et on dit que le cristal est biréfringent. De toute évidence, comme la

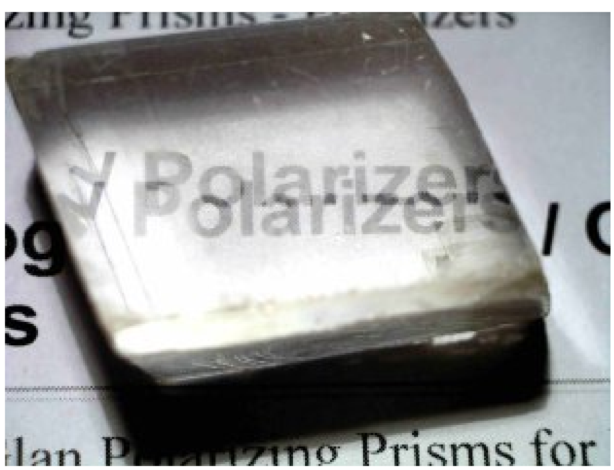


Figure 1: Image d'un texte au travers d'un morceau de spath de 2 cm d'épaisseur.

réfraction n'est pas la même pour les deux rayons, chacun a son propre indice de réfraction (sa propre vitesse).
Les cristaux uniaxes sont appelés ainsi car il existe une seule direction (l'axe optique) suivant laquelle il n'y a pas de biréfringence. On montre qu'un cristal possède soit deux axes, soit un axe, sinon il est isotrope. Nous nous limiterons au cas des cristaux uniaxes.

1.2 Description d'une expérience de biréfringence

On éclaire un morceau de spath avec un faisceau laser non polarisé très fin.

- Deux faisceaux lumineux parallèles sortent du cristal. En faisant tourner le spath autour du faisceau incident, on s'aperçoit qu'un des faisceaux reste fixe et l'autre tourne avec le cristal.
- Le faisceau fixe est appelé rayon ordinaire. L'autre, celui qui tourne avec le cristal, est appelé rayon extraordinaire.
- On place un analyseur derrière le cristal. En le faisant tourner, on éteint chaque faisceau lorsque l'autre a une intensité maximale.
- On en déduit que les deux rayons ordinaires et extraordinaires sont polarisés linéairement, et perpendiculairement l'un à l'autre.

1.3 L'axe optique

Le long de l'axe optique, la lumière se propage comme dans un milieu isotrope. Il n'y a pas de biréfringence. Si on s'écarte de l'axe optique, il y a biréfringence. La différence entre les indices vus par les rayons ordinaire et extraordinaire augmente.

1.4 Plan de section principale

Un plan de section principale est un plan contenant l'axe optique.
Dans un exercice, on précisera toujours la direction de l'axe optique du cristal.
Propriétés :

- Si le plan d'incidence est un plan de section principale, les deux rayons ordinaire et extraordinaire sont dans le plan d'incidence. Mais seul le rayon ordinaire vérifie la loi des sinus.
- Si le plan d'incidence est perpendiculaire à l'axe optique, les deux rayons vérifient les deux lois de Descartes.
- Le rayon ordinaire suit toujours les deux lois de Descartes.
- Si l'axe optique n'est ni parallèle ni perpendiculaire au plan d'incidence, le rayon extraordinaire n'est généralement pas dans le plan d'incidence et ne vérifie aucune des lois de Descartes.

1.5 Indices ordinaire et extraordinaire. Biréfringence.

Le rayon ordinaire se propage en voyant un indice n_O appelé indice ordinaire.
Le rayon extraordinaire se propage en voyant un indice n_e qui varie suivant la direction de propagation : $n_e = n_O$ si propagation suivant l'axe, et $n_e = n_E$ si propagation perpendiculaire à l'axe, avec variation continue entre n_O et n_E lorsque la direction passe de parallèle à perpendiculaire à l'axe. n_E est appelé indice extraordinaire du cristal.
La biréfringence est la différence $n_E - n_O$. Elle peut-être positive (quartz : 0,009) ou négative (spath : -0,17). On parle de cristal uniaxe positif ou négatif.

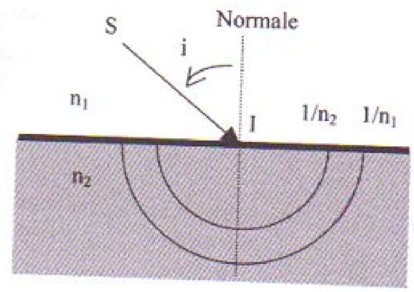
2 Construction des rayons réfractés par la méthode d'Huygens

2.1 Construction d'Huygens dans les milieux isotropes

Soit un rayon incident *SI* se propageant dans un milieu isotrope d'indice n_1 et allant dans un milieu isotrope d'indice n_2. Prenons $n_1 < n_2$.

Les deux milieux considérés sont isotropes, les surfaces d'ondes issues de *I* sont des sphères de centre *I*.

On dessine ces surfaces d'onde. Quand la lumière parcourt dans le premier milieu une distance égale à $1 / n_1$, la distance parcourue dans le second milieu est égale à $1 / n_2$.



Si le faisceau *SI* est un faisceau de lumière parallèle, la surface d'onde est un plan perpendiculaire au faisceau *SI*.

Soit Σ cette surface d'onde. Arrivée dans le milieu d'indice n_2, le faisceau se transforme en un autre faisceau de lumière parallèle Σ_1.

Quand la lumière parcourt dans l'air la distance $1/n_1$, l'onde Σ se déplace en Σ' qui coupe le dioptre en *J*. Dans le milieu d'indice n_2, l'onde a alors avancé de $1 / n_2$ et sa surface d'onde est tangente à l'onde. Elle passe de Σ_1 à Σ_1'.

Comme *J* est sa propre image à travers le dioptre, la surface d'onde Σ_1' passe par *J*.

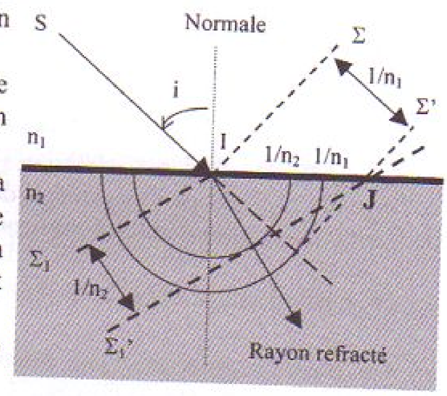


Figure 2: Extrait de Optique Moderne, F. Weil, Ed. Ellispes

En résumé, pour construire le rayon réfracté :

- On dessine deux arcs de cercle de rayon $1/n_1$ et $1/n_2$.
- On prolonge le rayon incident SI jusqu'au cercle de rayon $1/n_1$.
- Du point d'intersection trouvé, on trace la tangente Σ' à ce cercle, et on repère le point J d'intersection de Σ' avec le dioptre.
- On trace la tangente Σ'_1 issue de J au cercle de rayon $1/n_2$.
- Le rayon réfracté est la droite passant par le point de tangence trouvé et par I.

2.2 Construction d'Huygens pour les milieux uniaxes

Voir figure 3.

2.3 Polarisation des rayons ordinaire et extraordinaire

Le rayon extraordinaire est polarisé dans un plan de section principale. Le rayon ordinaire est polarisé perpendiculairement à la polarisation du rayon extraordinaire. Dans tous les cas, la polarisation est perpendiculaire à son rayon.

2.4 Représentation dans l'espace des surfaces d'onde

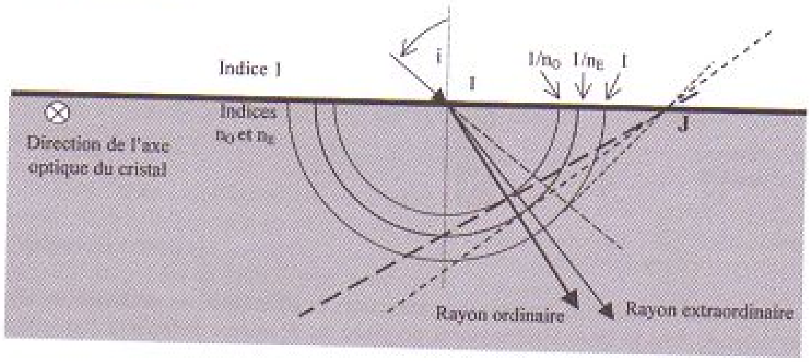
Voir figure 4.

b. Construction avec l'axe optique perpendiculaire au plan d'incidence

❖ **Méthode graphique**

On commence par tracer le rayon ordinaire. Il se comporte toujours comme dans un milieu isotrope d'indice n_O et donc la construction vue au §2.1 reste valable.
Le plan d'incidence est perpendiculaire à la direction de l'axe optique donc le rayon extraordinaire suit également la deuxième loi de Descartes. La surface d'onde du rayon extraordinaire est aussi une sphère de centre *I*. On procède de la même façon en remplaçant n_O par n_E.

❖ **Construction**



La deuxième loi de Descartes est vérifiée : on peut calculer les angles de réfraction r_o et r_e en utilisant la relation des sinus : $\sin i = n_O . \sin r_o$ et $\sin i = n_E . \sin r_e$.

c. Construction avec le plan d'incidence dans un plan de section principale

❖ **Méthode graphique**

Là encore on trace d'abord le rayon ordinaire. La surface d'onde est une sphère de rayon de $1 / n_O$.

Quand le rayon incident avance le long de l'axe optique du cristal, il se comporte comme le rayon ordinaire. Cela veut dire que le long de l'axe optique, le rayon ordinaire et le rayon extraordinaire ne sont pas dédoublés et qu'ils avancent à la même vitesse (vitesse ordinaire). La surface d'onde du rayon extraordinaire croise donc celle du rayon ordinaire dans la direction de l'axe optique. Soit *A* ce point. En dehors de ce point, les surfaces d'onde des deux rayons sont séparées; elles le seront au maximum dans la direction qui est perpendiculaire à l'axe optique (point *B*). La surface d'onde du rayon extraordinaire n'est donc plus une sphère mais *une ellipse de demi-axes IA et IB.*

❖ **Construction avec l'axe le long du dioptre**

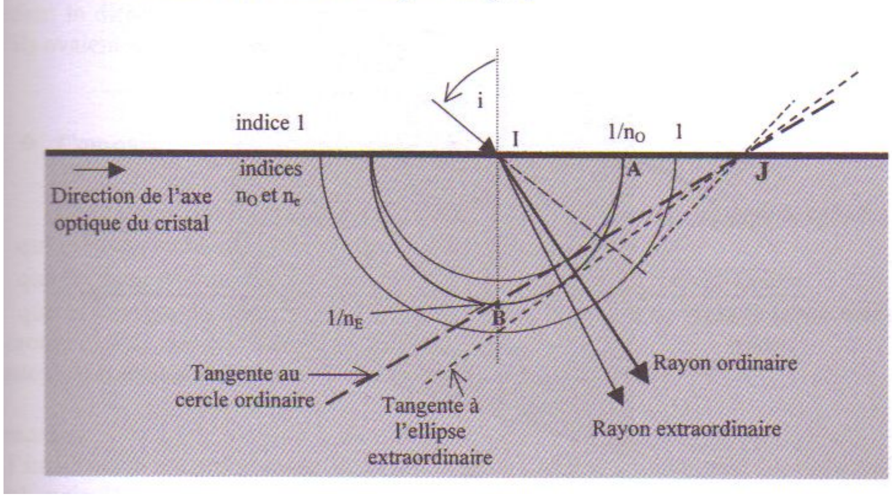
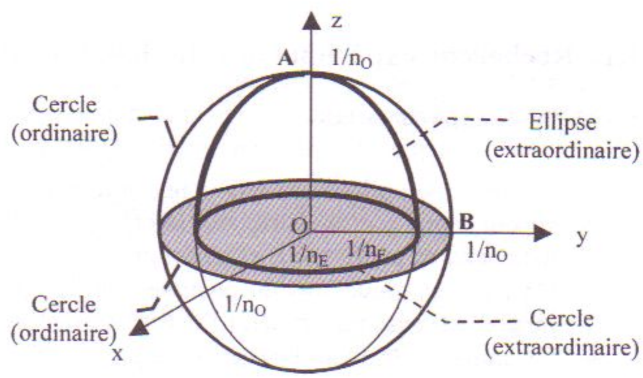


Figure 3: Extrait de Optique Moderne, F. Weil, Ed. Ellipses

On suppose que l'axe cristallographique est orienté dans la direction Oz. Dans un repère Ox, Oy, Oz direct, la vitesse du rayon ordinaire est constante dans toutes les directions alors que le rayon extraordinaire avance à la vitesse c / n_O dans la direction Oz et à la vitesse c / n_E dans un plan perpendiculaire à Oz (c'est à dire Ox,Oy).

Pour cette figure on a $n_E > n_O$ ce qui entraine $1 / n_E < 1 / n_O$.
La surface d'onde du rayon *ordinaire* est toujours représentée par une sphère *(ballon de foot).*
Celle du rayon *extraordinaire* est une sphère déformée en *ballon de rugby* pour $n_E > n_O$, *(ou en globe terrestre aplati aux pôles si* $n_E < n_O$*).*



Remarques

- Si le plan d'incidence est le plan xOz, on représente un arc de cercle pour la surface d'onde ordinaire et un morceau d'ellipse pour la surface d'onde extraordinaire.
- S'il est dans le plan xOy, les deux surfaces d'ondes sont des arcs de cercle.
- S'il est dans le plan yOz, on représente un arc de cercle pour la surface d'onde ordinaire et un arc d'ellipse pour la surface d'onde extraordinaire.

Figure 4: Extrait de Optique Moderne, F. Weil, Ed. Ellipses