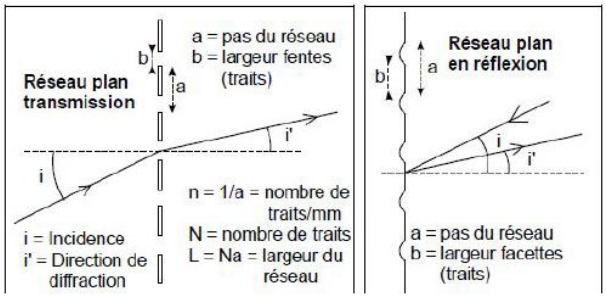
Les réseaux plans

1 Définition ; notations

Un réseau est un diaphragme dont la transmittance est périodique. L'intensité lumineuse diffractée par un réseau est donc le produit de l'intensité diffractée par un motif de la période et du terme d'interférence entre les différents motifs périodiques.
Un ensemble de fentes fines, coplanaires, parallèles et équidistantes, séparées par des bandes opaques, constitue un réseau. Il existe deux classes de réseaux :

- Les réseaux par transmission, qui sont traversés par la lumière.
- Les réseaux par réflexion, pour lesquels les fentes sont des bandes réfléchissantes.

Nous considérons le réseau comme une ouverture composées d'éléments identiques ayant la forme de rectangles longs et étroits, de largeur b. Ces rectangles sont appelés traits. La distance a entre deux traits est appelée le pas du réseau. Si a est exprimé en mm, $1/a$ est le nombre de traits par mm.
On utilise les notations de la figure ci-dessous :



2 Intensité diffractée par un réseau

On sait que l'intensité est le produit de deux termes :

- le facteur de diffraction, égal à l'intensité diffractée par un trait.
- le facteur d'interférences résultant de la superposition des ondes diffractées par tous les traits.

2.1 Déphasages des ondes diffractées

On suppose le réseau éclairé par une onde plane, dont les rayons sont perpendiculaires aux traits. Le déphasage entre deux ondes diffractées dans la même direction par deux traits voisins est donné par la différence de marche δ entre les rayons émis par deux points homologues.
Pour un réseau par transmission, on trouve $\delta = a(\sin i' - \sin i)$. Dans un réseau par réflexion, la relation devient $\delta = a(\sin i' + \sin i)$. Démonstration pour le réseau par transmission (voir figure 1) :

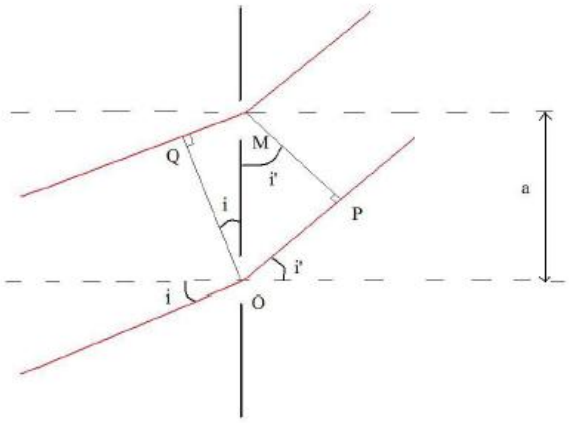


Figure 1: Les deux rayons incidents en M et O ont pour angle d'incidence i. Les deux rayons sortants sont diffractés dans la direction i'. La différence de marche est $\delta = OP - QM$.

2.2 Amplitude complexe des ondes émergentes

On note a_0 l'amplitude de l'onde plane incidente. L'amplitude complexe totale des interférences entre les N ondes diffractées est

$$A = a_0 \frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)}$$

où φ est le déphasage entre deux ondes diffractées par deux fentes consécutives.

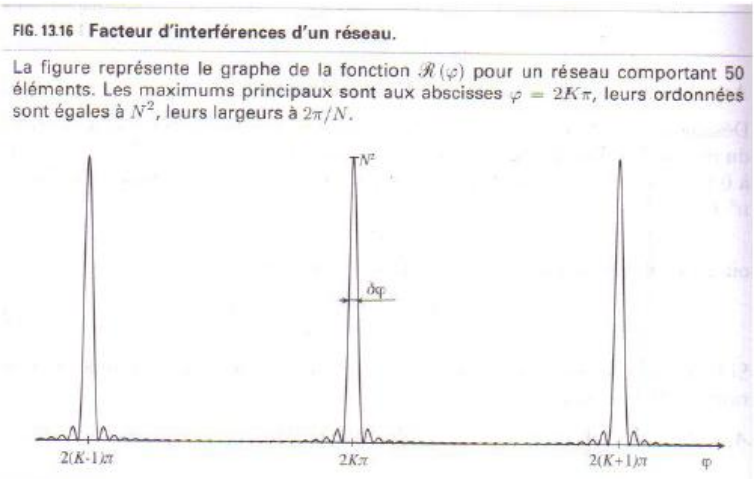
2.3 Expression de l'intensité résultante

2.3.1 Terme d'interférences

On vient de calculer le terme d'interférence des ondes diffractées par le réseau. L'intensité correspondante est

$$I_{int} = a_0^2 \left(\frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \right)^2$$

Son allure est la suivante : Cette courbe présente un fort maximum tous les $\varphi = k2\pi$, k entier. Ces maximums



correspondent aux ordres du réseau, numérotés par la valeur de k.

2.3.2 Intensité diffractée totale

L'intensité diffractée totale est le produit de l'intensité des interférences par celle de la diffraction par un seul trait :

$$I(P) = I_0(P) \left(\frac{\sin(N\varphi/2)}{\sin(\varphi/2)} \right)^2$$

où $I_0(P)$ est l'intensité diffractée par un trait au point P. Pour un trait rectangulaire, $I_0(P)$ est un sinus cardinal au carré (diffraction par une fente très longue) :

$$I_0(P) = I_0 \left(\frac{\sin(Ub/2)}{Ub/2} \right)^2 \text{ avec } U = \frac{2\pi}{\lambda}(\sin i' \mp \sin i)$$

où b est la largeur d'un trait. Le signe "$-$" désigne un réseau par transmission, le signe "$+$" un réseau par réflexion.
L'allure de $I(P)$ est donnée sur la figure ci-dessous pour différentes valeurs de N :

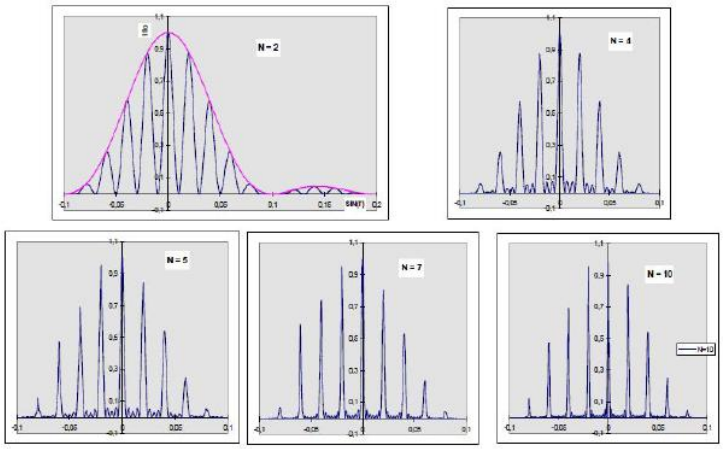


Figure 2: L'ordre le plus intense est l'ordre 0 (au centre). Les autres ordres sont moins intenses à cause de la diffraction par un trait. Les ordres deviennent de plus en plus fins lorsque N augmente.

2.4 Formule fondamentale des réseaux

Les interférences entre tous les traits du réseau sont constructives pour $\varphi = 2k\pi$, k entier, ou encore $\delta = k\lambda$. Cette condition donne la relation fondamentale des réseaux :

$$a(\sin i' - \sin i) = k\lambda$$

pour un réseau par transmission, et

$$a(\sin i' + \sin i) = k\lambda$$

pour un réseau par réflexion. Elle est à connaître. Elle montre que si la lumière incidente contient plusieurs longueurs d'onde, celles-ci sont diffractées dans des directions i' différentes pour $k \neq 0$. Cette dispersion augmente avec l'ordre k (voir exercices). Cette dispersion est l'intérêt essentiel des réseaux.
On constate cependant qu'à l'ordre 0 ($k = 0$ dans les formules ci-dessus), i' est indépendant de λ : à l'ordre 0, un réseau par transmission laisse passer la lumière tout droit ($i' = i$) et un réseau par réflexion se comporte comme un miroir ($i' = -i$).
Dans l'application de la formule fondamentale des réseaux, il faut bien faire attention aux unités : a et λ doivent avoir la même.

2.5 Pouvoir séparateur d'un réseau

A un ordre k non-nul donné, deux longueurs d'onde voisines donnent lieu à deux raies lumineuses voisines. On dit que ces raies sont séparées ou distinctes si leur écart est supérieur à la largeur à mi-hauteur d'un

ordre. En utilisant la formule fondamentale des réseaux, on peut en déduire que le pouvoir séparateur d'un réseau à l'ordre k et autour de la longueur d'onde λ est alors

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

où $\Delta\lambda$ est le plus petit écart de longueur d'onde séparable.

3 Réseaux blazés

Les réseaux plans, qu'ils soient par transmission ou par réflexion, diffractent le maximum d'intensité dans l'ordre 0, là où il n'y a pas de dispersion. Ceci n'est pas intéressant. Les réseaux blazés, ou réseaux échelettes, sont des réseaux non-plans mais qui permettent de diffracter un maximum de lumière dans un ordre non-nul qu'on peut fixer.

3.1 Présentation

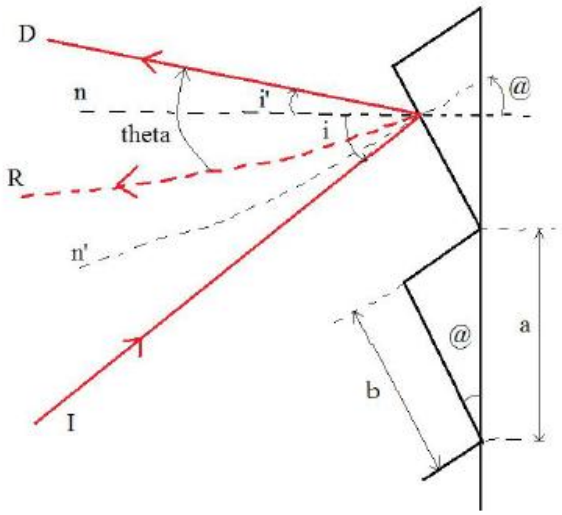


Figure 3: Les traits ont la forme de triangles rectangles. Le plan des facettes réfléchissantes fait l'angle α avec le plan moyen du réseau. La largeur d'une facette est b et le pas du réseau est a. On a $b/a = \cos\alpha$. Le réseau est éclairé par une onde plane. Le rayon incident I fait l'angle i avec la normale n au plan du réseau. R est la direction de réflexion suivant les lois de Descartes, symétrique de I par rapport à la normale aux facettes n'. La direction D du rayon diffracté fait l'angle i' avec la normale n et l'angle θ avec la direction R.

Les réseaux blazés sont des réseaux par réflexion, formés de facettes réfléchissantes faisant un angle α avec le plan du réseau (voir figure).
La formule fondamentale des réseaux par réflexion en fonction de i et i' est toujours valable et l'ordre zéro se trouve toujours en $i' = -i$. Par contre, la maximum de diffraction se trouve en $\theta = 0$, qui ne correpond plus à l'ordre zéro car les facettes sont inclinées par rapport au plan du réseau. Un réseau blazé envoie donc un maximum de lumière dans une direction autre que l'ordre zéro. Sous certaines condtions, mentionnées plus bas, un réseau blazé peut diffracter un maximum de lumière dans un ordre non-nul.

3.2 Résumé

Si l'onde incidente est normale au plan des facettes, et si la hauteur des facettes est égale à $k\lambda/2$, k entier, et si le pas du réseau est beaucoup plus grand que la longueur d'onde, alors toute la lumière est renvoyée dans l'ordre k.
Ces conditions sont très restrictives, mais les propriétés du réseau blazé sont encore approximativement valables si on s'en écarte légèrement : une forte proportion de la lumière est concentrée dans un ordre unique différent de zéro (environ 70%). La condition sur le pas du réseau n'est généralement pas valable (le pas est souvent comparable à la longueur d'onde), mais les conclusions énoncées le restent approximativement.