

Optique non-linéaire

1 Introduction

Que signifie le terme "non-linéaire" ? Il qualifie la nature de la relation entre l'excitation d'un milieu / matériau et la réponse de ce milieu à cette excitation.

En optique, le milieu est celui dans lequel se propage la lumière et l'excitation est l'onde électromagnétique qui constitue la lumière. En pratique, seul compte le champ électrique de cette onde. Quelle est la réponse du milieu au champ électrique de l'onde lumineuse ?

Le milieu est constitué d'atomes, dont le noyau positif et les électrons négatifs sont déplacés en sens contraires par le champ électrique. Le noyau ne se trouve plus au centre des électrons. Il se forme alors deux pôles : un pôle négatif qui est le centre des électrons; et un centre positif qui est le noyau. Ce phénomène s'appelle polarisation du milieu (à ne pas confondre avec la polarisation de la lumière) et est la réponse du milieu au champ électrique et est représentée par un vecteur $\vec{P} = f(\vec{E})$ qui est proportionnel au vecteur joignant les deux pôles. La fonction f permet entre autres de déterminer l'indice du milieu (ou les indices pour un milieu anisotrope).

Si $\vec{E}$ est faible, on peut effectuer un développement limité de f autour de $\vec{0}$. Lorsque le développement limité au premier ordre est suffisant pour rendre compte des phénomènes observés, $\vec{P}$ dépend linéairement des composantes de $\vec{E}$ et on se trouve dans le cas de l'optique linéaire. C'est la situation que nous avons rencontrée jusqu'à présent, sauf la biréfringence artificielle (nous y reviendrons plus tard).

Lorsque l'intensité de $\vec{E}$ devient suffisamment importante (comparable à celle du champ électrique entre le noyau et les électrons d'un atome), il faut utiliser les termes d'ordre 2 ou 3 du développement limité. De telles intensités sont rarement atteintes par des sources classiques, mais accessibles avec des lasers. Dans ce cas, on parle d'optique non-linéaire.

Une des caractéristiques de l'optique non-linéaire est que la réponse à la somme de deux champs électriques n'est pas la somme des réponses à chaque champ pris individuellement. Un autre aspect remarquable des systèmes non-linéaires est leur capacité de changer la couleur d'un faisceau lumineux.

2 Effets non-linéaires du second ordre

2.1 Description succincte

Ces effets permettent de décrire le doublement de fréquence de la lumière, ou encore l'effet Pockels. On se rappelle que l'effet Pockels n'a lieu que dans des milieux anisotropes. En fait, tous les effets non-linéaires du second ordre ne peuvent se produire que dans des milieux anisotropes, plus précisément dans des milieux ne présentant pas de symétrie centrale (non centro-symétriques).

En effet, si le milieu est centro-symétrique, les composantes de $\vec{E}$ et $\vec{P}$ changent de signe sous une symétrie centrale. Or le terme du second ordre de l'expression de $\vec{P}$ ne change pas de signe car E^2 est toujours positif. Ainsi, le terme du second ordre doit à la fois changer de signe et être invariant. La seule possibilité est qu'il soit nul. L'effet du second ordre n'existe donc pas dans les milieux centro-symétriques. Comme les milieux isotropes le sont, ils ne présentent pas cet effet.

2.2 Doublement de fréquence

2.2.1 Présentation

Supposons que l'onde lumineuse incidente soit sinusoïdale monochromatique, avec un champ électrique de la forme $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ où $\vec{E}_0$ est constant et désigne la direction de polarisation de la lumière.

Le terme d'ordre un de la réponse à cette onde lumineuse est aussi proportionnel à $\cos(\omega t)$, et donc à une onde de pulsation $\omega = 2\pi\nu$. C'est la réponse linéaire : les atomes du milieu créent une onde de même fréquence que l'onde incidente.

Par contre, le terme d'ordre deux est proportionnel à $\cos^2(\omega t) = 1/2 + 1/2 \cos(2\omega t)$. On voit apparaître un terme constant (de fréquence nulle) et un terme de fréquence 2ν . A l'ordre deux, la réponse du milieu à l'onde incidente contient donc une onde de fréquence double de celle de l'onde incidente.

C'est ce phénomène qui est utilisé pour transformer la lumière infrarouge d'un laser YAG (longueur d'onde dans le vide $\lambda_1 = 1064$ nm) en la lumière verte d'un laser YAG doublé (longueur d'onde dans le vide $\lambda_2 = 532$ nm). Notons que le cristal doubleur laisse aussi passer le rayonnement infrarouge (réponse linéaire). Dans

un laser YAG doublé, le cristal doubleur se trouve dans la cavité du laser YAG. Le miroir de sortie de cette cavité est transparent pour le vert et fortement réfléchissant pour l'infrarouge.

On remarque au passage qu'en vertu de la relation $\lambda = c/\nu$, un doublement de fréquence correspond à une division par deux de la longueur d'onde.

2.2.2 Condition d'adaptation de phase

L'onde incidente de pulsation ω se propage dans le milieu avec la vitesse de phase $v_\omega = c/n(\omega)$. Elle génère sur son passage une onde réponse de pulsation ω , qui se propage elle aussi à la vitesse de phase v_ω , et avec laquelle elle est en phase et interfère constructivement. Cela donne l'onde totale de pulsation ω se propageant dans le milieu.

Sur son passage, l'onde incidente génère aussi une onde de pulsation 2ω se propageant avec la vitesse de phase $v_{2\omega} = c/n(2\omega)$. A cause du phénomène de dispersion, on a généralement $n(2\omega) \neq n(\omega)$ et donc des vitesses différentes pour l'onde incidente et pour l'onde de fréquence double. Cela signifie que l'onde de fréquence double est en avance ou en retard par rapport à l'onde qui lui donne naissance : il y a un désaccord de phase entre ces deux ondes, qui empêche l'interférence constructive entre l'onde de pulsation 2ω créée en un point et celle arrivant en ce point après avoir été créée un peu plus en amont. Plus exactement, à partir de l'entrée le déphasage entre ces deux ondes augmente jusqu'à atteindre π où l'interférence est destructive (en ce point, l'intensité de l'onde de fréquence double est nulle), puis continue d'augmenter jusqu'à atteindre 2π où l'interférence est constructive (en ce point, l'onde de fréquence double a une intensité maximale). Puis les interférences diminuent jusqu'à ce que le déphasage atteigne 3π , puis réaugmentent alors jusqu'à un déphasage de 4π etc...

On peut interpréter cela comme le fait qu'au début l'onde incidente cède de l'énergie pour créer l'onde de fréquence double, qui une fois créée, cède à son tour de l'énergie à l'onde incidente et ainsi de suite.

On voit que l'intensité de l'onde de fréquence double à la sortie du milieu dépend de manière critique de la longueur de celui-ci. Pour y remédier, il faudrait que la vitesse de phase des ondes incidente et doublée soit la même. On aurait alors un accord de phase. Cela peut se faire de diverses manières. La plus répandue consiste à exploiter la biréfringence du milieu doubleur de fréquence. Comme celui-ci est anisotrope, il possède deux indices ordinaire n_O et extraordinaire n_E . Le rayon ordinaire voit toujours le même n_O ; et le rayon extraordinaire voit un indice n_e compris entre n_O et n_E et qui dépend de la direction de propagation. Si on choisit l'onde incidente comme rayon ordinaire de pulsation ω , on peut s'arranger pour que l'onde de pulsation 2ω soit extraordinaire, en choisissant une direction de propagation telle que $n_O(\omega) = n_e(2\omega)$. On a alors réalisé l'accord de phase et l'onde de fréquence double se propage de manière optimale avec une intensité maximale tout le long du cristal.

2.2.3 Interprétation en termes de photons

2.3 Création de fréquences somme et différence

Si l'onde lumineuse incidente contient deux fréquences :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 \cos(\omega_1 t) + \vec{E}_2 \cos(\omega_2 t)$$

le terme d'ordre deux de la réponse contient les fréquences 0, $2\omega_1$, $2\omega_2$, $\omega_1 + \omega_2$ et $\omega_1 - \omega_2$ car

$$\begin{aligned} (\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t))^2 &= \cos^2(\omega_1 t) + \cos^2(\omega_2 t) + 2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \\ &= 1 + \frac{1}{2}(\cos(2\omega_1 t) + \cos(2\omega_2 t)) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t) \end{aligned}$$

Cet effet est utilisé pour tripler la fréquence d'un laser YAG infrarouge. On commence par faire passer le faisceau infrarouge dans un cristal doubleur, d'où sortent deux faisceaux de pulsations $\omega_1 = \omega$ et $\omega_2 = 2\omega$. On fait ensuite la somme de ces deux pulsations dans un autre cristal. La pulsation $\omega_1 + \omega_2 = 3\omega$ est sélectionnée par accord de phase.

2.4 Effet Pockels

Nous avons vu que l'effet Pockels se produit dans des milieux anisotropes, et qu'il consiste à faire varier les indices ordinaire et extraordinaire en fonction d'un champ électrique statique appliqué. Cela est en fait un effet d'optique non-linéaire : on superpose un champ électrique statique $\vec{E}_0$ ($\omega_1 = 0$) et un champ électrique optique $\vec{E}_\omega$ ($\omega_2 = \omega$) comme onde incidente. La réponse non-linéaire d'ordre deux contient un terme de pulsation ω proportionnel au produit des amplitudes des deux champs $E_0 E_\omega$.

L'onde optique E_ω voit alors un indice qui dépend linéairement du champ statique E_0 : c'est l'effet Pockels.