

Révisions :

Interférences à 2 ondes

1 Rappels sur les ondes lumineuses

Une onde lumineuse est constituée de champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{B} se propageant dans la direction \vec{u} et oscillant dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation. Pour une onde plane monochromatique, on a $\vec{E}(\vec{r}, t) = E_m \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi) \vec{e}$, où E_m est l'amplitude du champ électrique, $\omega = 2\pi f$ la pulsation et f la fréquence, \vec{k} est le vecteur d'onde de norme $k = 2\pi/\lambda$ avec λ la longueur d'onde. φ est une phase de l'onde et \vec{e} est le vecteur unitaire dans la direction du champ électrique : c'est la *polarisation* de l'onde. La représentation complexe de \vec{E} est

$$\underline{\vec{E}} = E_m e^{i\varphi} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} e^{-i\omega t} \vec{e} \quad (1)$$

$\underline{E}_m = E_m e^{i\varphi} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ est l'amplitude complexe de l'onde. L'intensité de l'onde est proportionnelle à E_m^2 , c'est à dire à $|\underline{E}_m|^2$.

On peut donc décrire l'onde lumineuse uniquement à l'aide de son amplitude complexe. Nous allons voir que dans de nombreux cas, la connaissance de la polarisation de l'onde n'est pas nécessaire. Cependant, elle intervient lors de la propagation dans les milieux anisotropes et sera rencontrée en TP ainsi que plus tard dans le cours.

2 Interférences à deux ondes

2.1 Cas général

Soit deux ondes lumineuses monochromatiques $\underline{\vec{E}}_1 = \underline{\psi}_1 e^{-i\omega t} \vec{e}_1$ et $\underline{\vec{E}}_2 = \underline{\psi}_2 e^{-i\omega t} \vec{e}_2$, avec les amplitudes complexes $\underline{\psi}_{1,2} = A_{1,2} e^{i\phi_{1,2}}$. La superposition de ces deux ondes donne lieu au champ électrique

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_1 + \underline{\vec{E}}_2 = (\underline{\psi}_1 \vec{e}_1 + \underline{\psi}_2 \vec{e}_2) e^{-i\omega t} \quad (2)$$

L'intensité lumineuse qui en résulte est

$$I = \|\underline{\vec{E}}\|^2 = (\underline{\psi}_1 \vec{e}_1 + \underline{\psi}_2 \vec{e}_2) \cdot (\underline{\psi}_1^* \vec{e}_1 + \underline{\psi}_2^* \vec{e}_2) \quad (3)$$

En notant $I_{1,2} = \underline{\psi}_{1,2} \underline{\psi}_{1,2}^*$ et $\phi = \phi_2 - \phi_1$, on trouve :

$$I = I_1 + I_2 + 2(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) \sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \quad (4)$$

On voit qu'en général, l'intensité résultant des deux ondes n'est pas la somme de leurs intensités : il y a un troisième terme, appelé terme d'interférence entre les deux ondes. Il dépend des intensités des deux ondes, de leur différence de phase et du produit scalaire de leurs polarisations. Si les deux polarisations sont perpendiculaires, il n'y a pas d'interférences. Dans la plupart des cas pratiques, on a $\vec{e}_1 \simeq \vec{e}_2$ et $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \simeq 1$. On peut alors négliger le caractère vectoriel de l'onde, et considérer uniquement son amplitude complexe.

Exercices : Cas de deux ondes planes de même amplitude et de vecteurs d'onde opposés ; Cas de deux ondes sphériques de même amplitude.

2.2 Cohérence mutuelle des deux ondes

Si la différence de phase ϕ entre les deux ondes varie rapidement dans le temps par rapport à la durée nécessaire à la détection de l'intensité lumineuse, le terme $\cos \phi$ d'interférence varie

lui aussi rapidement, et est nul en moyenne.

Pour qu'il y ait interférence, la différence de phase entre les deux ondes ne doit pas varier dans le temps, ou alors beaucoup plus lentement que le temps de détection du détecteur.

Typiquement, la différence de phase varie en 10^{-8} s entre deux lasers, et sur des durées encore plus courtes entre des lampes classiques. Le temps de détection de l'oeil est 10^{-1} s, et celui d'une photodiode de 10^{-5} s. **On ne peut donc pas faire interférer deux ondes provenant de deux sources différentes.** Une condition nécessaire pour observer des interférences est que les deux sources dépendent d'une même source initiale.

On y parvient soit avec un montage à division du front d'onde (figure ?? a)) ou à division d'amplitude (figure ?? b)) Au point de détection P, la différence de phase entre les deux

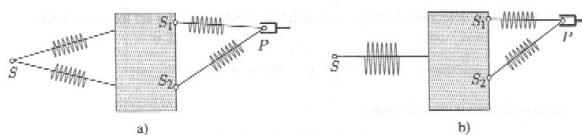


Figure 1: Systèmes interférentiels : a) Division du front d'onde, b) Division d'amplitude. Source : J.P. Perez, *Optique géométrique et ondulatoire*

ondes ne dépend pas du temps : elle vaut

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} [SS_2P - SS_1P] = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \quad (5)$$

où δ est la différence de marche ou différence de chemin optique. L'ordre d'interférence est $p = \phi/(2\pi) = \delta/\lambda$. Si il est entier, on se trouve sur une frange brillante; si il est demi-entier, on se trouve sur une frange sombre.

3 Cohérence temporelle et cohérence spatiale

Lorsque la source primaire S , dont dépendent S_1 et S_2 , n'est pas monochromatique et/ou n'est pas ponctuelle, le contraste des interférences se dégrade (la différence d'intensité entre les franges sombres et claires diminue; à la limite elle disparaît et on ne voit alors plus de franges).

En effet, si la lumière n'est pas monochromatique, chaque couleur (ou fréquence, ou longueur d'onde) va créer son propre système de franges. Ces systèmes vont se superposer, et certains seront lumineux là où d'autres sont sombres : le contraste diminue. Cependant, si la lumière est quasi-monochromatique, cet effet est faible. On dit alors que la source est *temporellement cohérente*.

De même, si la source est étendue, deux points de cette source vont se comporter comme deux sources ponctuelles avec des systèmes de franges décalés, qui vont se superposer et se brouiller l'un l'autre. Là encore, cet effet est négligeable si la source est faiblement étendue : on dit qu'elle est *spatialement cohérente*.

3.1 Cohérence temporelle

Une source de lumière n'est jamais parfaitement monochromatique. En général, la courbe représentant l'intensité émise en fonction de la fréquence est une courbe centrée sur la fréquence ν_0 , et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu$.

$\tau_C = 1/\Delta\nu$ est la durée de cohérence temporelle de la source. $L_C = c\tau_C$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide, est la longueur de cohérence temporelle.

Pour que le contraste des interférences soit bon, il faut $\delta \ll L_C$.

3.2 Cohérence spatiale

Si θ est l'angle, en radians, sous lequel on voit la source, alors la largeur de cohérence spatiale est $\ell_S = \lambda/\theta$. Pour observer des interférences, il faut que les dimensions de la source soient très petites devant ℓ_S . Exemple : $\ell_S = 60\mu\text{m}$ pour le Soleil, ce qui signifie qu'il faut faire passer la lumière du Soleil par un tout petit trou pour observer des interférences avec elle.

Applications : doublet jaune du sodium ($L_C=0,6$ mm); largeur à mi-hauteur de la raie rouge du cadmium ($\lambda = 643,8$ nm, $L_C = 30$ cm, $\Delta\nu = 10^9$ Hz et $\Delta\lambda = 1,3$ pm). Largeur de cohérence spatiale pour les trous d'Young; faire remarquer que la cohérence spatiale est conservée dans le cas des fentes d'Young et pour une source étendue dans les dispositifs à division d'amplitude.

4 Systèmes interférentiels

4.1 Systèmes à division du front d'onde

L'intérêt de ces systèmes est principalement historique, à part pour les fentes d'Young. Voir cours de 1ère année.

4.2 Systèmes à division d'amplitude

Ils ont une grande importance pratique. Deux d'entre eux seront particulièrement étudiés : l'interféromètre de Michelson et l'interféromètre de Mach-Zehnder.

4.2.1 Interféromètre de Michelson

Voir présentation PowerPoint + feuille distribuée en classe.

A retenir :

- Lorsque les miroirs sont parallèles, l'interféromètre se comporte comme une lame d'air. Avec une source étendue, il donne des franges circulaires localisées à l'infini ou dans le plan focal d'une lentille de projection. La différence de marche entre les deux rayons réfléchis est $\delta = 2e \cos i (+\lambda/2)$ où e est l'épaisseur de la lame d'air et i l'angle d'incidence. L'ordre d'interférence des anneaux au centre est plus élevé que celui de ceux sur les bords. Les rayons des anneaux varient comme la racine carrée de leur numéro.
- Lorsque les miroirs sont parallèles et que leurs distances à la séparatrice sont égales, on se trouve au contact optique : les deux faces de la lame d'air se touchent. On observe alors une teinte plate (uniforme). Pour les interféromètres SOPRA, en lumière blanche on observe une teinte noire (grise en pratique). Dès qu'on s'éloigne du contact optique, des teintes plates colorées (teintes de Newton) apparaissent si la lumière est en incidence normale. Sinon, il y a des anneaux irisés entourés de blanc d'ordre supérieur (ça apparait blanc, mais certaines longueurs d'ondes sont absentes. Le spectre de cette lumière est cannelé car des raies noires y sont présentes).

- Lorsque les miroirs sont au contact optique, mais non parallèles, il forment un coin d'air. On observe des franges rectilignes, parallèles à l'arête du coin, localisées très près des miroirs. La différence de marche entre les deux rayons réfléchis est $\delta = 2\alpha X$, où α est l'angle du coin d'air et X l'abscisse du point d'un des miroirs où le rayon se réfléchit (l'origine étant l'arête du coin).

En lame d'air : calcul du rayon des anneaux.

Au centre, l'ordre d'interférence est $p_0 = 2e/\lambda = m_1 + \epsilon$ avec m_1 entier et ϵ la partie décimale de p_0 . m_1 est l'ordre d'interférence du premier anneau brillant. Pour le q ième anneau brillant, l'ordre d'interférence est $p_q = m_1 - q + 1 = 2e/\lambda \times \cos i_q$ avec i_q l'angle d'incidence du rayon lumineux sur la lame d'air.

En faisant $p_0 - p_q$, on trouve $\frac{2e}{\lambda}(1 - \cos i_q) = q - 1 + \epsilon$. Or i_q est un angle petit, donc $1 - \cos i_q = i_q^2/2$. On en déduit que

$$i_q = \sqrt{\frac{\lambda}{e}(q - 1 + \epsilon)} \quad (6)$$

et le rayon du q ième anneau brillant est $f \tan i_q \simeq f i_q$ si on observe les anneaux dans le plan focal d'une lentille de distance focale f .

4.2.2 Interféromètre de Mach-Zehnder

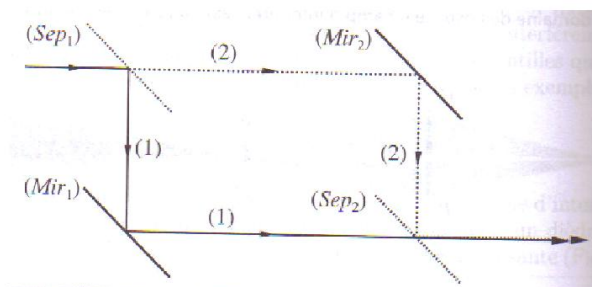


Figure 2: Interféromètre de Mach-Zehnder. Cet appareil comporte essentiellement deux miroirs totalement réfléchissants (Mir_1) et (Mir_2) et deux lames semi-réfléchissantes (Sep_1) et (Sep_2). Source : R.J. Champeau, *Ondes lumineuses*

L'interféromètre de Mach-Zehnder (voir figure ??) est constitué de deux séparatrices et de deux miroirs plans. Les plans de ces quatre miroirs sont parallèles et leurs centres forment un rectangle.

La première séparatrice, (Sep_1), divise l'onde incidente en deux. La première des ondes se réfléchit sur (Sep_1) puis sur (Mir_1) et traverse finalement (Sep_2) (qui joue en fait le rôle d'une glace mélangeuse); la deuxième onde traverse (Sep_1), se réfléchit sur (Mir_2) puis sur (Sep_2). Les deux ondes sont ainsi superposées à la sortie de l'interféromètre. Il y a aussi une deuxième sortie pour laquelle l'onde (1) est réfléchi et l'onde (2) transmise par la mélangeuse.

Les deux ondes qui interfèrent sont bien séparées à l'intérieur de l'appareil, contrairement à l'interféromètre de Michelson. Ceci est utile dans certaines expériences, par exemple dans l'étude de l'écoulement de l'air autour d'un objet solide (maquette de voiture ou d'avion).