Correction du devoir du 23/10/2009

Exercice 1

1. On mesure la largeur de plusieurs interfranges, et on divise cette largeur par le nombre d'interfranges. L'incertitude de lecture sur la règle est ainsi divisée par le nombre d'interfranges.

2. L'interfrange vaut 27,5/18 = 1,5278 mm, avec une incertitude-type $\frac{1/18}{\sqrt{3}} = 0,032$ mm (2 chiffres significatifs). Il y a en effet 1 mm d'incertitude sur 18 interfranges, donc 1/18 mm d'incertitude sur 1 interfrange. L'incertitude élargie est le double de l'incertitude-type, soit 0,064 mm. Finalement, en écrivant l'interfrange avec autant de chiffres après la virgule que l'incertitude élargie, on trouve $i = 1,528 \pm 0,064$ mm.

3. L'incertitude-type vaut $0,0422/\sqrt{7} = 0,016$ mm. L'incertitude élargie vaut donc le double : 0,032 mm. L'interfrange vaut donc $1,529 \pm 0,032$ mm.

4. On a $a = \lambda D/i$. En négligeant l'incertitude sur λ, on trouve

$$\frac{\Delta a}{a} = \sqrt{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta i}{i}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2 \times 0,01/\sqrt{3}}{3,27}\right)^2 + \left(\frac{0,032}{1,529}\right)^2} = 0,021$$

   Or $a = 632,8 \cdot 10^{-9} \times 3,27/(1,529 \cdot 10^{-3}) = 1,353 \cdot 10^{-3}$ m = 1,353 mm.
   Donc $\Delta a = 1,353 \times 0,021 = 0,028$ mm. Et $a = 1,353 \pm 0,028$ mm.

5. On a $\lambda = ia/D$ et

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{\Delta i}{i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,029}{1,424}\right)^2 + \left(\frac{0,028}{1,353}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0,01/\sqrt{3}}{3,27}\right)^2} = 0,029$$

   Or $\lambda = 1,424 \cdot 10^{-3} \times 1,353 \cdot 10^{-3}/3,27 = 5,892 \cdot 10^{-7}$ m = 589,2 nm. Donc $\Delta\lambda = 589,2 \times 0,029 = 17$ nm.
   Finalement, $\lambda = 589 \pm 17$ nm.

Exercice 2

1. $dR = 0,95 \times 2/100 = 0,019$.
2.

$$\frac{dF}{dR} = \pi(\frac{1}{2\sqrt{R}}(1-R) - \sqrt{R} \times (-1))/(1-R)^2$$

3. Pour $R = 0,95$, on a $F = 61,24$. De plus, $dF = \frac{dF}{dR}dR$. Pour $R = 0,95$, $dF/dR = 1257$ et $dF = 1257 \times 0,019 = 24$. On en déduit $F = 61 \pm 24$.

Exercice 3

1. $\psi(\vec{r}, t) = A\cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$

2. Représentation complexe : $\underline{\psi}(\vec{r}, t) = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$.
   Amplitude complexe : $\underline{A} = Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$.

3. Une surface d'onde est une région de l'espace où l'onde prend la même valeur. Pour une onde plane, les surfaces d'onde sont des plans. Le vecteur d'onde est perpendiculaire aux surfaces d'onde.

Exercice 4

1. La fonction exponentielle est égale à sa dérivée, et $(f(ax))' = af'(ax)$. On en déduit $\frac{\partial\underline{\psi}}{\partial x} = Aike^{i(kx-\omega t)}$ et $\frac{\partial^2\underline{\psi}}{\partial x^2} = A(ik)^2e^{i(kx-\omega t)} = -k^2\underline{\psi}$. Et $\frac{\partial\underline{\psi}}{\partial t} = A(-i\omega)e^{i(kx-\omega t)}$ et $\frac{\partial^2\underline{\psi}}{\partial t^2} = A(-i\omega)^2e^{i(kx-\omega t)} = -\omega^2\underline{\psi}$.

2. L'équation d'onde est vérifiée à condition que $-k^2 = -\omega^2/v^2$, c'est à dire $v^2 = \omega^2/k^2$.

3. En cours, on a vu que $v = \omega/k$. En élevant cette égalité au carré, on retrouve la condition de l'équation d'onde.

Exercice 5

1. $\psi(x,t) = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t + \phi)$.
2. Voir cours.
3. Voir cours.
4. $\psi(x,t) = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \omega t + \phi)$.
5. $v = \lambda \times \nu$ où v est la vitesse, λ la longueur d'onde et ν la fréquence.
6. $\nu = v/\lambda = (3,00 \cdot 10^8)/(633 \cdot 10^{-9}) = 4,74 \cdot 10^{14}$ Hz.

Exercice 6

1. $$\underline{\psi} = \underline{\psi}_1 + \underline{\psi}_2 = Ae^{ikx}(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t}) = 2Ae^{ikx}\cos(\omega t)$$
2. $2A$ et $\cos(\omega t)$ sont réels. La partie réelle de e^{ikx} est $\cos(kx)$. Donc $\psi = 2A\cos(kx)\cos(\omega t)$.
3. Pour une telle onde, les variations dans le temps et dans l'espace sont dissociées. On ne peut plus dire que l'onde avance car il n'y a pas de dépendance en $x \pm vt$. Si l'onde n'avance pas, elle reste à la même position : elle est stationnaire.