GOP 1 Devoir surveillé n°1 du 23/10/2009

Rappels : si δx est l'erreur de mesure estimée ou fournie par le constructeur sur une grandeur mesurée x, l'incertitude-type sur x est $u(x) = \delta x/\sqrt{3}$.

Si on fait N mesures de x , avec un écart-type σ, l'incertitude-type sur x est $u(x) = \sigma/\sqrt{N}$.

Si on additionne ou soustrait N grandeurs, l'incertitude-type sur le total est la racine carrée de la somme des carrés des N incertitudes-types. Exemple : z = x-y et $\Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.

Si on multiplie ou divise N grandeurs, l'incertitude-type *relative* totale est la racine carrée de la somme des carrés des N incertitudes-types *relatives*. Exemple : z = x/y et $\frac{\Delta z}{z} = \sqrt{(\frac{\Delta x}{x})^2 + (\frac{\Delta y}{y})^2}$.

Exercice 1 : On réalise un interféromètre qui permet de visualiser des franges rectilignes. La lumière est supposée monochromatique (une seule couleur), de longueur d'onde λ. L'interféromètre utilise une source ponctuelle S, dont il fait deux images S_1 et S_2 distantes de a. On observe les franges à la distance D de S_1 et S_2. Une vingtaine de franges sont visibles.

L'interfrange i, distance entre deux franges, est donné par la formule suivante : $i = \frac{\lambda D}{a}$.

1) Comment procéder pour mesurer i à l'aide d'une règle avec la meilleure précision ?
2) On mesure 18 interfranges avec une règle graduée au millimètre, et on trouve une largeur totale de 27,5 mm. Donner une estimation de l'interfrange avec son incertitude élargie.
3) On réitère sept fois la mesure, en changeant de frange de départ, et on trouve une valeur moyenne pour l'interfrange de 1,5293 mm avec un écart-type de 0,0422 mm. Donner une estimation de i avec son incertitude élargie. On fera attention au nombre de chiffres significatifs.
4) On réalise l'expérience avec un laser He-Ne de longueur d'onde λ = 632,8 nm (on néglige l'incertitude sur λ) et avec la distance D = 3,27 m mesurée au centimètre près. Avec la valeur de i trouvée la question précédente, déterminer la valeur de a et son incertitude élargie. On pourra tout d'abord calculer l'incertitude relative sur a.
5) On remplace maintenant le laser par une lampe à vapeur de sodium. Les valeurs de D et a sont inchangées. On mesure i = 1,424 mm avec une incertitude élargie de 0,029 mm. En déduire la longueur d'onde de la lampe à vapeur de sodium, avec son incertitude élargie.

Exercice 2 : Un interféromètre de Fabry-Perot est constitué de deux miroirs plans fortement réfléchissants, de coefficient de réflexion R = 0,95 connu à 2% près, entourant une couche d'air. Il permet d'observer des franges circulaires très fines, dont la finesse est quantifiée par $F = \pi\sqrt{R}/(1-R)$.

1) Calculer l'incertitude dR sur R.
2) Calculer la dérivée dF/dR.
3) En déduire la valeur de F et celle de son incertitude dF.

Exercice 3 : On considère une onde plane monochromatique sinusoïdale d'amplitude A, de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}$ se propageant dans le sens des positions croissantes.

1) Donner l'expression de cette onde plane au point $\vec{r}$ et à l'instant t.
2) Donner la représentation complexe et l'amplitude complexe de cette onde.

3) Après avoir rappelé ce qu'est une surface d'onde en général, préciser la forme des surfaces d'onde d'une onde plane. Que peut-on dire de la direction du vecteur d'onde par rapport aux surfaces d'ondes ?

Exercice 4 : On considère une onde sinusoïdale de représentation complexe $\underline{\psi}(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)}$.

1) Calculer les dérivées partielles secondes de $\underline{\psi}$ par rapport à x et par rapport à t.
2) A quelle condition sur ω, k et la vitesse v cette onde vérifie-t-elle l'équation d'onde $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$?
3) Cette condition est-elle compatible avec la relation vue en cours entre ces trois grandeurs ?

Exercice 5 :

1) Donner l'expression d'une onde sinusoïdale qui se propage le long de l'axe des x, selon les x croissants, avec une amplitude A, une pulsation ω, une longueur d'onde λ et une phase à l'origine ϕ.
2) Représenter l'allure de l'onde à un instant t en fonction de x. On précisera les unités sur les axes. Montrer sur la figure comment déterminer la longueur d'onde.
3) Représenter l'allure de l'onde à une position x en fonction du temps. Montrer comment déterminer la période de l'onde.
4) Ecrire l'expression de l'onde de 1) si elle se propageait vers les x décroissants.
5) Quelle est la relation entre la vitesse de l'onde, la longueur d'onde et la fréquence de l'onde ?
6) S'il s'agit d'une onde lumineuse se propageant à la vitesse v = 3,00 . 10^8 m/s et de longueur d'onde λ = 633 nm (laser He-Ne), quelle est la fréquence de l'onde ?

Exercice 6 : On considère deux ondes de même pulsation ω se propageant à la même vitesse dans la même direction, mais en sens opposés. Leurs représentations complexes sont $\underline{\psi_1} = Ae^{i(kx-\omega t)}$ et $\underline{\psi_2} = Ae^{i(kx+\omega t)}$.

1) Calculer et simplifier l'expression de la superposition de ces deux ondes.
2) Montrer que l'onde résultante, partie réelle du résultat de la question 1), se met sous la forme $\psi = 2A\cos(\omega t)\cos(kx)$.
3) Une telle onde, de la forme f(t)g(x), est appelée stationnaire. Voyez-vous une raison à cette appellation ?