Cohérence spatiale
Cohérence temporelle

1 Introduction

On a vu en TP (1ère série : Fentes d'Young), que les franges d'interférences pouvaient se brouiller dans deux cas :

1. si on remplace la lampe à sodium (quasi-monochromatique) par une lampe blanche (polychromatique).
2. si on augmente la taille de la source primaire.

Si la source primaire n'est pas parfaitement monochromatique, on dit que la cohérence temporelle n'est pas parfaite.
Si la source primaire n'est pas ponctuelle, on dit que la cohérence spatiale n'est pas parfaite.

2 Cohérence spatiale

2.1 Variation de la phase si le point source est décalé

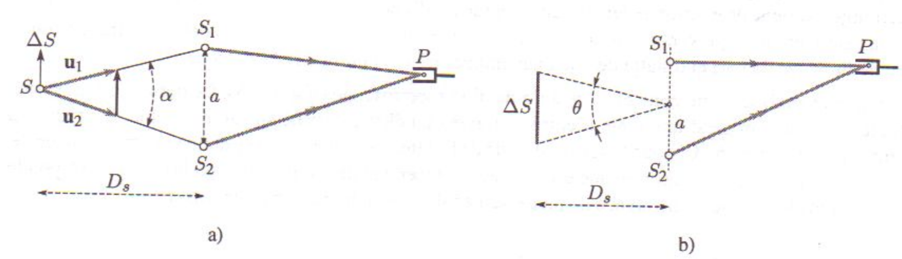
Pour étudier l'influence de l'élargissement de la source primaire sur le contraste des franges, on regarde l'impact d'un déplacement de la source primaire sur la différence de phase au point d'observation P. Si le système est de type trous d'Young, la variation de la différence de phase est

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta\delta$$

avec

$$\Delta\delta = \Delta([SS_2P] - [SS_1P]) = \Delta([SS_2] - [SS_1]) = -\vec{u}_2 \cdot \overrightarrow{\Delta S} + \vec{u}_1 \cdot \overrightarrow{\Delta S}$$

puisque S_1, S_2 et P sont fixés. Par conséquent,



$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\overrightarrow{\Delta S} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$$

Un déplacement de la source primaire perpendiculairement à $(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$ ne modifie pas la phase. On ne modifie donc pas le contraste si on remplace le point source par une fente source perpendiculaire à $(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$. Par contre on y gagne en luminosité et en confort d'observation.
Par contre, il y a un changement de la phase si le déplacement de la source est colinéaire à $(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$.

2.2 Largeur de cohérence spatiale

Si le déplacement de la source est colinéaire à $(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$, la variation de la phase s'écrit :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta S 2\sin(\alpha/2) \simeq \frac{2\pi}{\lambda}\Delta S\alpha$$

α étant le petit angle que font entre eux $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$.
Si la source primaire est étendue, chacun des points qui la constitue est une source qui fournit son propre système de franges. Deux points de la source ne sont pas mutuellement cohérents. Les intensités de chaque point s'ajoutent pour former l'intensité totale

$$I = \sum_i 2I_i(1 + \cos\phi_i)$$

avec

$$\phi_i = \frac{2\pi}{\lambda}([S_iS_2P] - [S_iS_1P])$$

Si on assimile la source primaire à une fente rectangulaire de largeur ΔS, la variation maximale de la phase en P est négigeable si $\Delta\phi \ll 2\pi$, soit si

$$\frac{a\Delta S}{D_s\lambda} = \frac{a\theta}{\lambda} \ll 1$$

où a est la distance entre S_1 et S_2, et θ l'angle sous lequel on voit la source primaire depuis les trous d'Young.
Par définition, la largeur de cohérence spatiale est

$$l_s = \frac{\lambda}{\theta}$$

La cohérence spatiale est bonne si $a \ll l_s$.
Ordre de grandeur : pour le soleil, $\theta \simeq 0,5°$ et $\lambda \simeq 550$ nm, donc $l_s \simeq 60\,\mu$m. Il faut donc faire passer la lumière du soleil par un trou de quelques microns pour observer des franges avec un dispositif d'Young.

2.3 Application

Lorsque $a = \lambda/\theta$, les franges sont brouillées. Michelson a mis au point un télescope munis de trous d'Young dont la distance a est ajustable. En observant une étoile, la valeur de a pour laquelle les franges se brouillent renseigne sur la largeur angulaire θ de l'étoile.

3 Cohérence temporelle

3.1 Largeur spectrale d'une source lumineuse

Aucune source lumineuse n'est strictement monochromatique. En effet, une onde strictement monochromatique serait sinusoïdale dans le temps, de fréquence ν_0, et devrait exister depuis un temps infini et durer encore un temps infini. Or toutes les ondes lumineuses que nous connaissons ont une durée finie, ne serait-ce que parcequ'elles ont été émises à un moment donné non infini et qu'elles cessent d'exister lorsque nous les détectons. La lumière émise par la source contient donc d'autres fréquences que ν_0. Cela se traduit par le fait que la courbe de l'intensité émise en fonction de la fréquence n'est pas un trait infiniment fin à la fréquence ν_0, mais une courbe en cloche centrée sur ν_0, et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu \neq 0$. $\Delta\nu$ est appelée largeur spectrale de la source. Plus elle est petite, plus la source est monochromatique.
Exemples :

- une lampe blanche comprend toutes le fréquences de $3{\cdot}10^{14}$ Hz à $8{\cdot}10^{14}$ Hz : $\Delta\nu = 5{\cdot}10^{14}$ Hz.

- Un laser He-Ne a une largeur spectrale de 1400 MHz $= 1,4 \cdot 10^9$ Hz, soit deux cent mille fois plus étroite que celle de la lampe blanche.

3.2 Longueur de cohérence temporelle

Pour un système interférentiel donné, la différence de phase en un point d'observation P dépend de la fréquence de l'onde monochromatique considérée : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = 2\pi\nu\frac{\delta}{c}$.
Comme la source est quasi-monochromatique, chacune de ces composantes monochromatiques donne son propre système de franges. Au point P, on observe donc la somme des intensités associées aux différentes fréquences :

$$I(P) = \sum_i 2I_0(\nu_i)[1 + \cos(2\pi\nu_i\frac{\delta}{c})]$$

Les systèmes de franges associés à chaque fréquence se superposent et se brouillent car la différence de phase φ dépend de la fréquence.
Cependant, si la largeur spectrale est étroite, le brouillage n'est pas visible. On va obtenir un critère de netteté des franges en considérant que la source émet toutes les fréquences entre $\nu_0 - \Delta\nu/2$ et $\nu_0 + \Delta\nu/2$ avec l'intensité I_0, et seulement ces fréquences. L'allure de l'intensité émise en fonction de la fréquence est un rectangle centré sur ν_0 et de largeur $\Delta\nu$. Dans ce cas, les différences de phase φ diffèrent au plus de $\Delta\varphi = 2\pi\Delta\nu\frac{\delta}{c}$. Les franges ne seront pas brouillées si $\Delta\varphi$ est très petit devant 2π :

$$2\pi\Delta\nu\frac{\delta}{c} \ll 2\pi \Rightarrow \delta \ll \frac{c}{\Delta\nu} = L_C$$

L_C est appelée longueur de cohérence temporelle. Il faut que la différence de marche soit petite devant cette longueur pour que les franges soient nettes.
On note aussi $\tau_C = L_C/c = 1/\Delta\nu$ la durée de cohérence temporelle.
Exemples :

- lampe blanche : $\Delta\nu = 5 \cdot 10^{14}$ Hz, donc $\tau_C = 2 \cdot 10^{-15}$ s et $L_C = 6 \cdot 10^{-7}$ m $=$ 0,6 μm.
- Pour un laser He-Ne, $\Delta\nu = 1,4 \cdot 10^9$ Hz, et $\tau_C = 7 \cdot 10^{-10}$ s et $L_C \simeq 20$ cm.

On voit qu'il est plus facile d'obtenir des franges non-brouillées avec un laser qu'avec une lampe blanche.

3.3 Interprétation en termes de trains d'onde

Une source émet de la lumière sous forme d'ondes ayant une durée limitée : on les appelle des trains d'onde. Par exemple : lorsqu'un atome émet de la lumière, c'est lors du passage d'un électron d'un niveau excité au niveau fondamental, et cela dure peu de temps.
Si le dispositif interférentiel fait interférer des ondes issues du même train d'onde, la différence de phase est constante dans le temps et il y a des interférences. Pour cela, il faut que la différence de marche entre les deux chemins soit plus courte que la longueur de cohérence. Voir figure 1.

4 Visibilité des franges

Si la cohérence spatiale ou temporelle n'est pas bonne, les franges sont partiellement brouillées : leur contraste est inférieur à 1. On peut alors écrire l'intensité des interférences :

$$I = 2I_0(1 + V(\delta)\cos(2\pi\delta/\lambda))$$

$V(\delta)$ est appelée visibilité des franges, et est égale au contraste $C = (I_{max} - I_{min})/(I_{max} + I_{min})$.

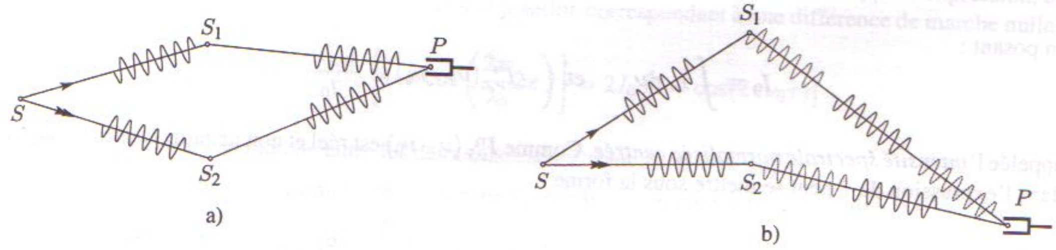


Figure 1: a) Si la différence de marche entre les deux chemins menant à P est petite devant L_C, les trains d'onde qui se rencontrent en P proviennent d'un même train d'onde émis par la source primaire S. Leur différence de phase est alors constante dans le temps et on a des interférences. b) Si la différence de marche entre les deux chemins menant à P est plus grande que L_C, les trains d'onde arrivant en P proviennent de trains d'onde différents émis par S. Leur différence de phase est aléatoire et il n'y a pas d'interférences.

La forme précise de $V(\delta)$ dépend de la forme de la source pour la cohérence spatiale et de la forme de l'intensité spectrale pour la cohérence temporelle. Ce point sera vu plus en détail en deuxième année.

5 Franges en lumière blanche

La différence de marche en un point où deux ondes interfèrent est δ, qui dépend de la position de ce point.
La différence de phase des ondes en ce point est $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$, qui dépend à la fois de δ et de la longueur d'onde λ.
Lorsqu'on réalise des interférences en lumière blanche, chaque longueur d'onde crée son propre système de franges qui se superpose à ceux des autres longueurs d'onde : pour chaque longueur d'onde, on a $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\delta)$.
Au centre de la figure d'interférence, $\delta = 0$ et les interférences sont constructives pour toutes les longueurs d'ondes : on voit une frange blanche.
Lorsque δ augmente un peu, les interférences sont destructives pour certaines longueurs d'onde, et constructives pour d'autres. On observe des teintes colorées appelées teintes de Newton. Elles apparaissent pour des différences de marche de 0,1 μm à 5 μm. Lorsque cette différence de marche est de à une différence d'épaisseur (Michelson, bulles de savon), on peut déduire l'épaisseur de la couleur de la teinte de Newton.
Lorsque δ est plus importante, on observe une couleur blanche appelée blanc d'ordre supérieur. De nombreuses longueurs d'ondes sont absentes du spectre du blanc d'ordre supérieur car il leur correspond des interférences destructives : le spectre est composé de fines raies colorées et de fines raies sombres alternées. Voir TP numéro 11.