

**I/ Questions de cours (d'après contrôle n°1 de l'an dernier)**

- 1) Donnez la définition mathématique (formule) d'une onde sinusoïdale qui se propage le long d'un axe, vers les x croissants, avec A l'amplitude de l'onde,  $\omega$  la pulsation,  $\lambda$  la longueur d'onde et  $\phi$  la phase à l'origine.
- 2) Représenter sur deux schémas l'allure de l'onde à l'instant t et l'allure de l'onde en un point x en fonction du temps. On précisera les grandeurs sur les axes et on montrera sur les schémas comment déterminer la période de l'onde ainsi que la longueur d'onde.
- 3) Ecrire la fonction de la question 1) dans le cas d'une propagation vers les x décroissants.
- 4) Donnez les limites en longueur d'onde du spectre visible.
- 5) Donnez une relation permettant de calculer la fréquence f de l'onde à partir de la vitesse de la lumière  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s et de sa longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ .
- 6) Calculez la fréquence de la raie verte  $\lambda_0 = 532$  nm d'un laser Yag doublé.
- 7) On considère deux ondes se propageant dans la même direction, de fréquences différentes  $f_1$  et  $f_2$ , mais avec des amplitudes identiques et pas de phase à l'origine. Démontrez que la somme de ces deux ondes va se traduire par un signal de fréquence moyenne  $(f_1 + f_2)/2$  et une modulation à la fréquence  $(f_1 - f_2)/2$ . On rappelle que  $\cos(a) + \cos(b) = 2\cos((a+b)/2)\cos((a-b)/2)$ .

**II/ Représentation complexe d'une onde**

- 1) Une onde est de la forme  $\psi(x,t) = 5\cos(3\pi x - 6\pi t - \pi/4)$ . Déterminer sa longueur d'onde, sa fréquence, sa période, sa phase à l'origine, sa représentation complexe et son amplitude complexe.
- 2) Un réseau est composé de N fentes qui, lorsqu'il est éclairé par une onde plane, émettent chacune une onde d'amplitude complexe  $A_n = Ae^{i(n-1)\phi}$  pour n variant de 1 à N.
  - a) Calculer l'amplitude complexe de l'onde résultante. On donne  $A + Aq + Aq^2 + Aq^3 + \dots + Aq^M = A(1 - q^{M+1}) / (1 - q)$ .
  - b) En factorisant  $e^{i\phi N/2}$  au numérateur, et  $e^{i\phi/2}$  au dénominateur, exprimer l'amplitude complexe résultante en fonction de  $\sin(N\phi/2)$  et de  $\sin(\phi/2)$ .
  - c) En déduire l'intensité de l'onde résultante.
  - d) Représenter la fonction réseau  $R(\phi) = (\sin(N\phi/2) / (N\sin(\phi/2)))^2$  pour  $\phi$  variant de 0 à  $2\pi$  et  $N=5$ .

**III/ Vitesse de phase, vitesse de groupe**

On considère une onde se propageant dans un plasma (milieu dans lequel il y a des ions et des électrons libres, comme dans un tube néon par exemple). Dans ce cas, la relation entre la pulsation et le vecteur d'onde s'écrit :  $\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_p^2$  où c est la vitesse de la lumière dans le vide et  $\omega_p$  est une constante appelée pulsation plasma.

- 1) Etablir l'expression de la vitesse de phase. Est-elle plus grande ou plus petite que c ? Peut-on décrire le plasma par un indice  $n \geq 1$  ? En déduire que le plasma n'est pas un milieu transparent usuel.
- 2) Etablir l'expression de la vitesse de groupe. Est-elle plus grande ou plus petite que c ?
- 3) Dans le cadre de la physique actuelle, la vitesse maximale à laquelle on peut transmettre de l'énergie ou de l'information est c. Cela est-il respecté par la propagation de la lumière dans un plasma ?

## IV/ Ondes stationnaires

On considère une onde lumineuse  $\psi(x,t)$  se propageant entre deux miroirs distants de  $L$ .  $\psi$  peut être vue comme la superposition de deux ondes sinusoïdales de même amplitude  $A$  se propageant en sens inverse :  $\psi_1(x,t)=A\sin(kx-\omega t)$  et  $\psi_2(x,t)=A\sin(kx+\omega t)$ . L'onde  $\psi$  s'annule à la surface des deux miroirs, en  $x=0$  et en  $x=L$ .

- 1) Exprimer l'onde  $\psi(x,t)$ . On pourra utiliser  $\sin(a)+\sin(b)=2\sin((a+b)/2)\cos((a-b)/2)$ . Justifiez que  $\psi$  est une onde stationnaire.
- 2)  $\psi$  présente-t-elle des nœuds ou des ventres à la surface des miroirs ?
- 3) Exprimez une condition sur  $k$ , puis sur  $\lambda$ , pour que l'onde s'annule en  $x=L$ .
- 4) Représentez l'onde à deux instants séparés d'une demi-période, lorsque celle-ci présente en tout trois nœuds. Indiquez un nœud et un ventre de vibration.
- 5) Quelle est la longueur d'un fuseau ?