

Exercices sur les dérivées et les incertitudes

(Exercices de F. Jéhin)

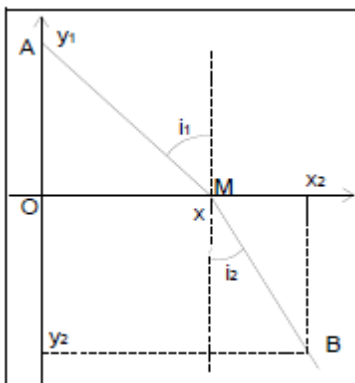
Exercice 1 : L'indice de réfraction n d'un verre est fonction de la longueur d'onde. En première approximation, la formule de Cauchy nous donne : $n = A + B / \lambda^2$ avec $A = 1,503$ et $B = 4,5 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^2$.

Quelle sera la variation dn de l'indice pour une variation $d\lambda = 10 \text{ nm}$ au voisinage de $\lambda = 0,45 \mu\text{m}$? Même question au voisinage de $\lambda = 0,67 \mu\text{m}$. Conclusion.

Exercice 2 : La déviation angulaire D de la lumière par un prisme de petit angle α est donnée par la formule $D = (n-1)\alpha$. En utilisant les résultats de l'exercice 1, calculer la variation dD de l'angle de déviation lorsque la longueur d'onde varie de $d\lambda$. Calculer la dispersion angulaire $dD/d\lambda$ pour le verre de l'exercice 1 et $\alpha = 10^\circ$ au voisinage du bleu et au voisinage du rouge.

Exercice 3 : Calculer les dérivées partielles $\frac{\partial y}{\partial x}$ et $\frac{\partial y}{\partial t}$, puis les dérivées secondes $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ de la fonction $y(x, t) = A \sin[\omega(t - \frac{x}{v})]$. En déduire que $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \omega^2 y = 0$ et $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$.

Exercice 4 : Un rayon lumineux AMB issu de la source A dans le milieu d'indice n_1 parvient au récepteur B dans le milieu d'indice n_2 . Les milieux sont séparés par un dioptre plan Ox , les points sont repérés dans le repère $(O ; x ; y)$.



Montrer que pour satisfaire le principe de Fermat, le trajet du rayon doit satisfaire la loi de Descartes

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

où i_1 est l'angle d'incidence avec $\sin i_1 = x/AM$, i_2 l'angle de réfraction avec $\sin i_2 = (x_2 - x)/MB$.

Exercice 5 : On branche en série une résistance de 100Ω et une résistance de 150Ω de tolérance $\pm 5\%$. Calculer la résistance équivalente et son incertitude-type absolue et relative.

Exercice 6 : On mesure une longueur $L = 22,325 \text{ mm}$ au pied à coulisse avec une incertitude de type B évaluée à $\pm 0,1 \text{ mm}$.

- Calculer l'incertitude-type de type B associée à cette mesure et écrire le résultat suivant les normes.
- Pour diminuer l'incertitude de mesure, on répète la mesure 10 fois. L'exploitation statistique donne la moyenne $L_{\text{MOY}} = 22,325651 \text{ mm}$ et l'écart-type $\sigma = 0,06142348 \text{ mm}$. Calculer l'incertitude-type élargie.

Donner les résultats de la mesure suivant les normes.