

1. Moiré par projection de franges

1.1 Principe de la méthode

1.2 Montages

1.3 Réseau de référence

$$I = I_0(1 + C \cos(\varphi))$$

avec $\varphi = \frac{2\pi x}{i}$

Faire le graphe

1.4 Projection

1) Sur l'objet de référence (ex : surface plane) avec un grandissement G le pas devient $p_0 = Gi$.

Vu de la caméra, sous un angle θ , le pas est

$$p = \frac{p_0}{\cos(\theta)}$$

$$I = I_{MOY}(1 + C \cos(\varphi_{Ref}))$$

avec $\varphi_{Ref} = \frac{2\pi x}{p}$

2) Sur l'objet d'étude

$$\varphi_{Obj} = \frac{2\pi(x + z \tan(\theta))}{p}$$

3) La différence des phases permet d'obtenir z (p et θ étant choisis.

$$\varphi_{Obj} - \varphi_{Ref} = \frac{2\pi z \tan(\theta)}{p}$$

1.5 Etalonnage

Quand la phase augmente de 2π , z augmente de

$$\Delta z : \Delta z = \frac{p}{\tan(\theta)}$$

1.6 Décalage de phase

Le but est de déterminer φ_{Ref} et φ_{Obj} , on réalise pour cela 4 images dont les réseaux présentent un décalage de phase (de pas) de $\pi/2$, π , $3\pi/2$.

$$I_{00} = I_{MOY}(1 + C \cos(\varphi))$$

$$I_{90} = I_{MOY}(1 + C \cos(\varphi + \frac{\pi}{2}))$$

$$I_{180} = I_{MOY}(1 + C \cos(\varphi + \pi))$$

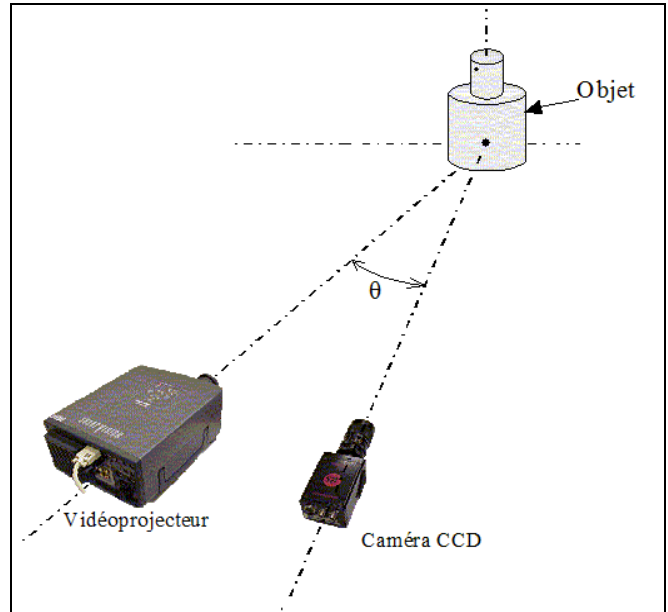
$$I_{270} = I_{MOY}(1 + C \cos(\varphi + \frac{3\pi}{2}))$$

où φ désigne tour à tour φ_{Ref} et φ_{Obj}

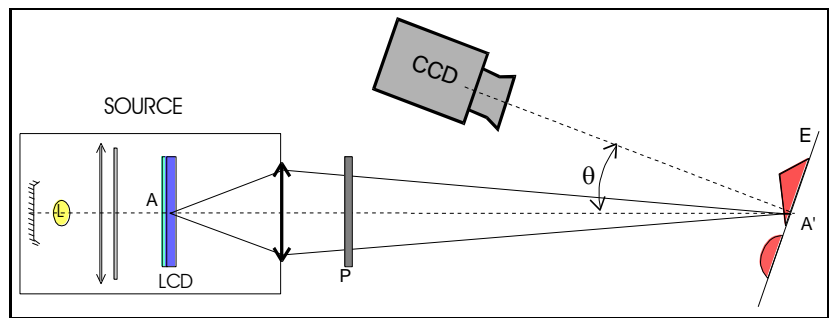
1.7 Opération entre images

L'opération $T = \frac{I_{270} - I_{90}}{I_{00} - I_{180}}$ permet d'obtenir $\tan \varphi$ puis φ (entre $-\pi/2$ et $\pi/2$). Une étude du signe du

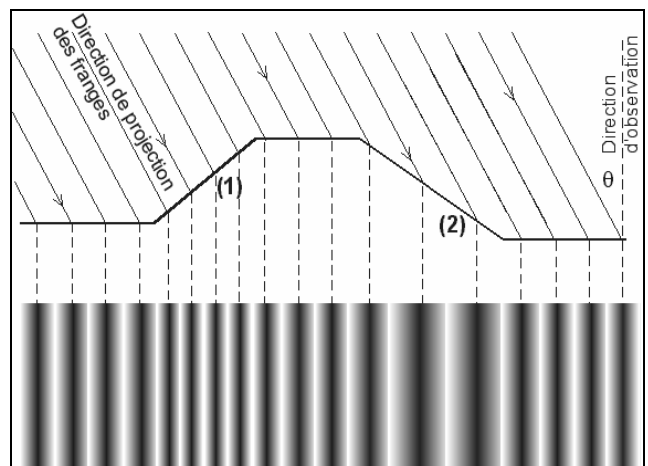
numérateur ou du dénominateur permet d'obtenir φ entre 0 et 2π .



Cadre 1 : exemple de montage pratique



cadre 2 : géométrie du montage optique pour l'étude



cadre 3 : Projection de franges.

Exemple : on relève l'éclairement en NG d'un point sur les quatre images successives : I₀₀ = 135 ; I₉₀ = 90 ; I₁₈₀ = 205 ; I₂₇₀ = 130.

φ	0 à $\pi/2$	$\pi/2$ à π	π à $3\pi/2$	$3\pi/2$ à 2π
Signe de S				
Signe de C				

Tableau 1 : Etude des signes.

1.8 Réalisation de l'image phasée (réf et obj)

La valeur de $\varphi \pmod{2\pi}$ est convertie en niveaux de gris (NG mod 256)

Suite de l'exemple :

1.9 Différence des images phasées

Elle permet d'atteindre l'image « pliée » où modulée. Le niveau de gris (mod 2π) en chaque point est proportionnel à l'altitude du point (mod Δz)

1.10 La démodulation (dépliage)

On recherche les sauts de phase (plis). M est le nombre de sauts. Les plis sont mis bout à bout. On ramène les NG dans l'intervalle $[0 \rightarrow 256[$.

1.11 Le profil

On tient compte de l'étalonnage pour obtenir en chaque point z en mm

2. Exercices - Moiré

Exercice 1 : obtention d'une image phasée.

On prend l'image d'un objet (réf. ou objet d'étude) sur lequel ont été projetées des franges sinusoidales.

On cherche à obtenir une image en NG représentant en tout point (pixel) la phase φ de la répartition d'éclairement I_{00} : $NG = \varphi * 256 / 2\pi$

On procède pour cela au décalage de phase.

1) Le décalage de phase

La méthode consiste à enregistrer **trois images des franges** déphasées de $\pi/2$, π et $3\pi/2$ pour l'objet de référence (plan) et pour l'objet dont le relief est à étudier.

Pour cela plusieurs techniques peuvent être utilisées (voir annexe).

Les intensités sont des expressions :

$$I_{00} = I_0(1 + C \cos(\varphi(x, y))) \quad I_{90} = I_0 \left(1 + C \cos \left(\varphi(x, y) + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

$$I_{180} = I_0(1 + C \cos(\varphi(x, y) + \pi)) \quad I_{270} = I_0 \left(1 + C \cos \left(\varphi(x, y) + \frac{3\pi}{2} \right) \right)$$

La résolution de ce système d'équations donne le déphasage $\varphi(x, y)$ (modulo 2π) en tout point de la surface étudiée.

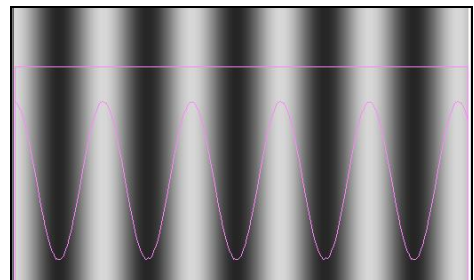


Image 0 : $I_{00} = I_0(1 + C \cos(\varphi(x, y)))$

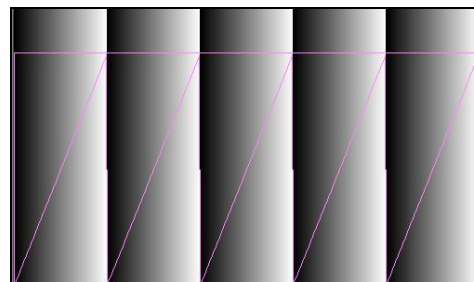


Image phasée de l'image 0 : image de $\varphi(x, y)$

L'opération $\varphi * 255 / 2\pi$ donne l'**image phasée** où l'éclairement de chaque point est l'image de sa phase (exprimée en niveaux de gris NG modulo 256).

Calculez : $S = I_{270} - I_{90}$ puis $C = I_{00} - I_{180}$ puis $T = \frac{I_{270} - I_{90}}{I_{00} - I_{180}}$. Montrez que $ATAN(T) = \varphi$ (modulo π).
 Dans quel domaine angulaire se trouve la réponse apportée par la fonction ATAN ?

Réponse :

2) Application

Générer les quatre images en utilisant la fonction "IMAGES/Générer 4 mires sinusoïdales" du logiciel **VisulmLV2**. Choisir une fréquence spatiale (par exemple pas=100), un contraste m (ex : 0,7) et une intensité moyenne I_0 (ex : 127).

- 1) Relevez les valeurs en NG de l'éclairement du pixel N° N sur une ligne (par exemple en $x = 205$) à l'aide de la fonction « OPERATIONS SUR LES IMAGES/Profil d'une image » sur chaque image.
- 2) Calculer S, C et T. Etudier leurs signes.
- 3) Calculer ATAN (T) puis conclure sur les valeurs de φ possibles. Exprimer la phase en radians puis en NG : $\varphi(\text{rad}) = \dots \text{ mod } 2\pi$ et $\varphi(\text{NG}) = \dots \text{ mod } 256$.
- 4) Demander dans "IMAGES/Calculer automatiquement l'image phasée". Relever le niveau de gris du pixel N. Ce résultat est-il en accord avec vos calculs ?
- 5) Recommencer ce travail avec un autre pixel ou d'autres conditions (changer la fréquence spatiale des franges projetées ou/et le contraste m ou/et l'éclairement moyen I_0 . Faire un exemple dans le cas d'une image très mal contrastée puis d'une image présentant des saturations puis des zones sombres (il faudra choisir pour cela correctement m et I_0). Demander dans chaque cas le calcul de l'image phasée. Conclure.

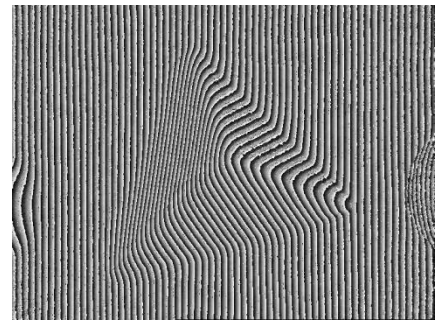


Image phasée :Obj.jpg

Réponse :

Exemple : Col. pixel	Pas	m	I ₀	S	C	T	φ(NG) calculé	φ(NG) lu

Exercice N°2 : Différence de deux images phasées.

Ouvrir les images Réf2 et Obj2 du dossier Moiré. Ce sont les images phasées d'un plan de référence et d'un objet sur lesquels on a projeté des franges.

Dans "OPERATIONS SUR LES IMAGES", "Opérations mathématiques", on fera la soustraction modulo 256 des images phasées : obj - réf.

Le résultat est l'image modulée (pliée).

Dans " OPERATIONS SUR LES IMAGES ", "Démoduler" demandez la démodulation (dépliage) de cette image.

On obtient le profil en NG.

Demandez le profil le long d'un axe avant puis après un filtrage bien choisi de l'image.

Se familiariser avec le logiciel en ouvrant les autres boîtes de dialogue (visualisation 3D par ex.)

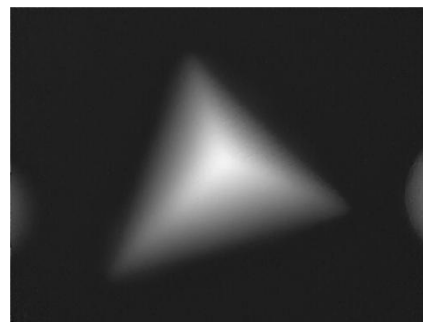


Image démodulée

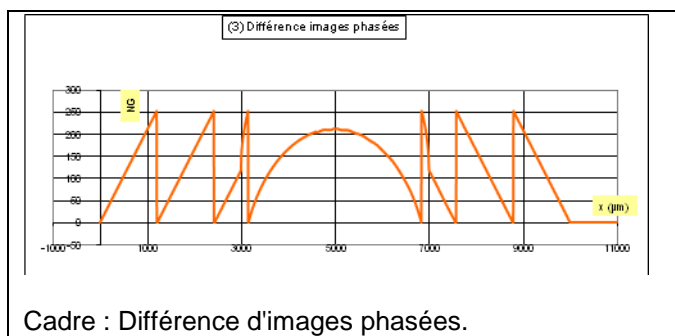
Exercice N°3 : Simulation.

Ouvrir le fichier Excel **Moiré.xls**. On utilisera successivement les feuilles 1 puis 2 puis 3.

1) Feuille 1 : image phasée

On s'intéresse au profil de l'intensité lumineuse le long d'une ligne de pixels du capteur CCD lorsque la caméra observe un objet référence plan (graphe 1) puis un échantillon (graphe 2) au profil en trapèze (graphe 5).

Observer aussi les images phasées référence (1') et



Cadre : Différence d'images phasées.

échantillon (2') ainsi que le graphe de leur différence (3).

Modifier le grandissement G_t (1, 2 ... 6). Observer le nombre et la taille des franges sur les graphes.

Modifier le contraste C (de 0 à 1). Observer le profil des franges. Observer le profil des images phasées.

Choisissez d'autres valeurs de l'interfrange i ou du grandissement. Observer comment la différence des images phasées (3) présente des analogies avec le profil de l'échantillon (5).

Prendre $\theta = 0$. Observer le profil des franges sur la référence (1) et sur l'objet (2). Choisir d'autres valeur de l'angle de projection θ .

Revenir aux paramètres de départ.

i (µm)	C	G_t	θ (°)
500	0,5	1	20

Simulation sous Excel : Paramètres initiaux de Moiré.xls

2) Feuille 2 : démodulation.

Vous disposez de 4 profils différents numérotés :

- 0 : profil plan
- 1 : trapèze isocèle
- 2 : trapèze dont la petite base est surmontée d'un profil semi-circulaire
- 3 : profil ondulé.

Testez plusieurs combinaisons par exemple :

- référence 0 avec échantillon 0, 1, ou 2,
- référence 1 avec échantillon 1,
- référence 1 avec échantillon 2 ou l'inverse,
- terminer avec référence 0 et échantillon 3.

3) Feuille 3 : résolution.

Modifier le rapport signal/bruit (cellule rouge) en supposant les franges de moins en moins bien définies; (S/B de 1000, 100, 10, 5).

Faire apparaître des ombres sur l'échantillon en écrivant "oui" dans la cellule bleue.

Répondre aux questions :

- 1) Pourquoi une observation dans la direction d'incidence ($\theta = 0$) ne permet-elle pas d'aboutir au profil ?
- 2) Un mauvais contraste permet-il d'obtenir le profil ?
- 3) Quelle est l'importance du bruit ?
- 4) Expliquez l'opération de démodulation qui permet de passer du graphe 3 (différence des images phasées au graphe 4 (profil en niveaux de gris).
- 5) Que faut-il faire pour passer de l'image démodulée (4) au profil (5).
- 6) Qu'observera-t-on si l'échantillon est le même objet que la référence après qu'il a subi une déformation ou un déplacement ?

Réponse :

3. Speckle

3.1 Présentation

3.1.1 Speckle objectif et speckle subjectif

L'observation du speckle peut être faite de 2 manières différentes :

- en plaçant un écran au voisinage de l'objet diffusant : c'est le **speckle objectif**.
- en utilisant un système de projection : l'œil, une lentille ou un objectif : c'est le **speckle subjectif**.

3.1.2 Dimension d'un grain de speckle

Exemple numérique : $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$; Objet éloigné de la caméra d'ouverture : $NO = f/\Phi = 11$

$$S_{x,y} = \frac{1,22\lambda d}{\Phi} \quad S_z = \frac{8\lambda d^2}{\Phi^2}$$

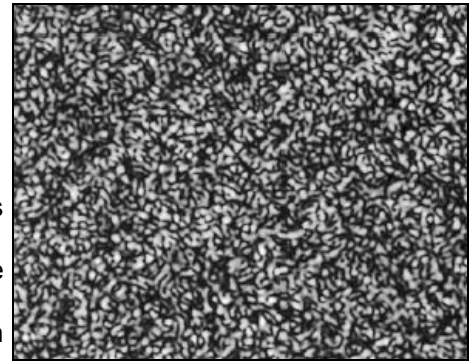


Figure 1 : notion de speckle

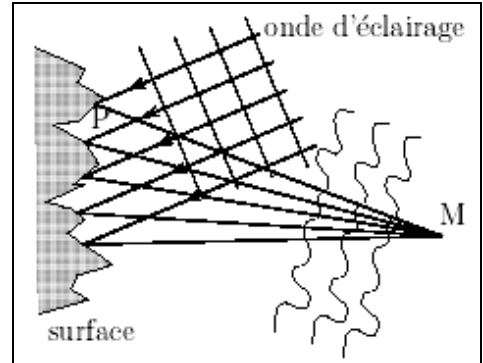


Figure 2 : Diffusion aléatoire de la lumière par la micro-rugosité d'une surface

3.2 Photographie de speckle

Le speckle est un marqueur permettant de mesurer le déplacement d'un objet

Utiliser "**Image Analyser**".

Ouvrir successivement les images.tif ou .jpg du répertoire Pupilles/trous:

- formes (plusieurs ouvertures de formes différentes)
- trous (plusieurs trous identiques disposés de façon aléatoire)
- 2trous (deux trous identiques) proches ou distants.
- X2trous (plusieurs paires de trous)
- X2formes (plusieurs paires d'ouvertures de formes différentes)

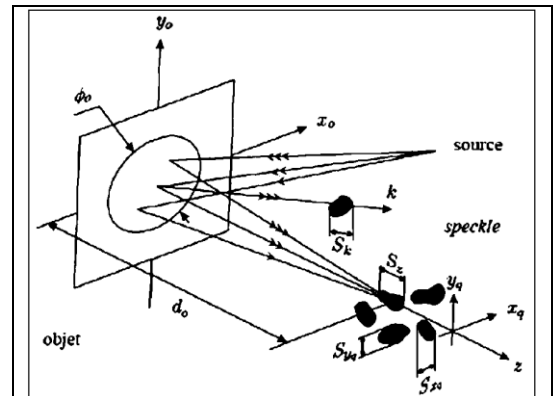
Demander dans chaque cas la transformée de Fourier (faire *Operations/transformations/transformation trigonométrique*).

Ouvrir speckle1.jpg et speckle2.jpg elles sont l'enregistrement du speckle diffusé par un objet dans une première position puis dans une position légèrement décalée dans son plan.

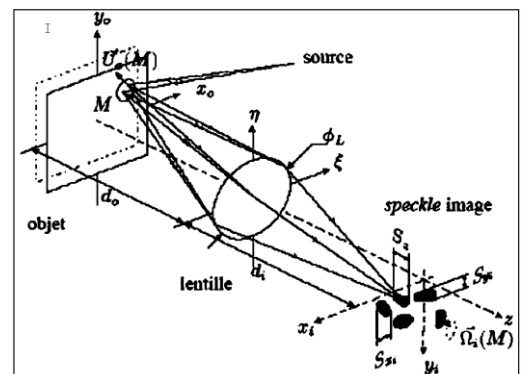
Utilisant "*Opérations/Pixels format conversion - Combiner 2 Images*" faire la somme des deux images de speckle décalées. Demander ensuite la transformée de Fourier de l'image somme

Refaire l'opération en combinant les deux images par addition modulo 256 : $(p1 + p2)\%256$.

Refaire l'opération en seuillant préalablement les deux images de speckle (utiliser "*Color correction/appliquer le début*").



Speckle objectif $d = d_o$; $\Phi = \Phi_o$



Speckle subjectif $d = d_L$; $\Phi = \Phi_L$

Figure 3 : taille des grains de speckle

Commenter en quelques mots les images obtenues

Formes :
 Trous :
 2trous_proches :
 2trous_distants :
 X2trous :
 X2formes
 Transformée de fourrier de speckle1+speckle 2 :
 Transformée de fourrier de speckle1+speckle 2 %256 :
 Transformée de fourrier de speckle1+speckle 2 %256 (seuillage):

3.3 Interférométrie de speckle

Rappel :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi)$$

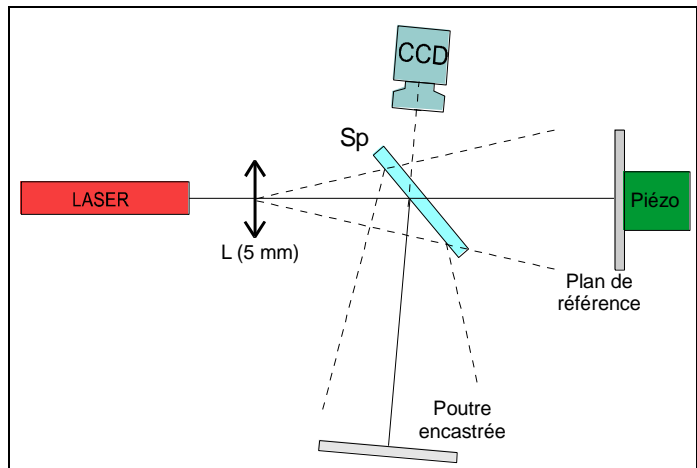
- 1) Montage (Cadre 4)
- 2) Double exposition

L'éclairement d'un pixel CCD résulte de l'interférence d'un speckle objet avec un speckle référence. Il est fonction de la différence de marche entre les points objets et référence.

$$I_1 = I_{REF} + I_{OBJ} + 2\sqrt{I_{REF} I_{OBJ}} \cos\left(\varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} + \frac{4\pi}{\lambda} z_1\right)$$

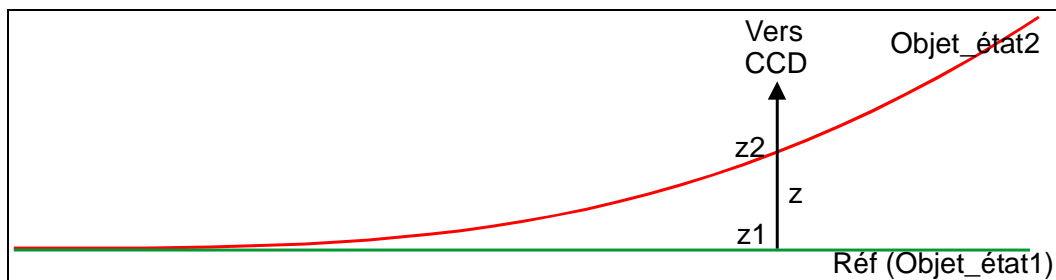
I_1 est fonction affine de

$$\cos\left(\varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} + \frac{4\pi}{\lambda} z_1\right)$$



Cadre 4 : Interférométrie de speckle

En interférométrie de speckle, après déformation z (Cadre 5) : I_2 est fonction de $\cos\left(\varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} + \frac{4\pi}{\lambda} z_2\right)$



Cadre 5

On suppose que les éclaircements I_{REF} et I_{OBJ} restent les mêmes. La soustraction absolue donne un éclaircissement :

$$I = |I_2 - I_1| = \left| 4\sqrt{I_{REF} I_{OBJ}} \sin\left(\varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} - \frac{2\pi}{\lambda}(z_2 + z_1)\right) * \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(z_2 - z_1)\right) \right|$$

$$I \text{ est fonction de } \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(z_2 - z_1)\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right)$$

Conséquence : l'éclaircissement est nul (franges sombres) quand $2\pi * z / \lambda = p\pi \rightarrow z = p\lambda/2$

SCHEMA : Pour simplifier on prend une référence initialement à même distance de l'objet (contact optique) et une poutre initialement non déformée ($z_1 = 0$).

Remarques :

- 1) le facteur $\sin(\varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} - \frac{2\pi}{\lambda}(z_2 + z_1))$ peut être considéré comme aléatoire comme φ_{OBJ} et φ_{REF} mais quelle que soit sa valeur $I = 0$ quand l'autre facteur $\sin(\frac{2\pi}{\lambda}(z_2 - z_1))$ est nul.
- 2) la formule utilisée pour trouver I est : $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$

3.4 Interférométrie de speckle à décalage de phase (PSI)

Comme pour le Moiré, on détermine la phase de chaque speckle par la méthode des quatre images.

Avant déformation on obtient donc en NG l'image phasée 1 : $\varphi_1 = \varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} + \frac{4\pi}{\lambda} z_1$

Après déformation, l'image phasée 2 donne en chaque point : $\varphi_2 = \varphi_{OBJ} - \varphi_{REF} + \frac{4\pi}{\lambda} z_2$

Puis par différence des images phasées : $\frac{4\pi}{\lambda}(z_2 - z_1)$

La démodulation permet de trouver la déformation $z_2 - z_1$

3.5 Shearographie

On fait interférer un grain de speckle A avec un grain de speckle B décalé (shearo) d'une valeur $AB = s$. La référence est aussi l'objet. La différence de marche (en position initiale 1) est alors avant déformation : $2*(z_{B1} - z_{A1})$. Après déformation la différence de marche est $2*(z_{B2} - z_{A2})$.

L'éclairement I_1 est fonction de

$$\cos(\varphi_{REF} - \varphi_{OBJ} + \frac{4\pi}{\lambda}(z_{B1} - z_{A1}));$$

de même pour I_2 et la différence donne I fonction de

$$\sin(\frac{2\pi}{\lambda}(z_{B2} - z_{A2} - z_{B1} + z_{A1}))$$

$$\text{ou encore } \sin(\frac{2\pi}{\lambda}[(z_{B2} - z_{B1}) - (z_{A2} - z_{A1})])$$

où apparaît la différence des déformations entre les points A et B, $z_B - z_A$ qu'on peut appeler Δz .

Conséquence : l'éclairement est nul (franges sombres) quand $2\pi*\Delta z/\lambda = p\pi \rightarrow \Delta z = p\lambda/2$

SCHEMA : On remarque que la différence des déformations entre les deux points est

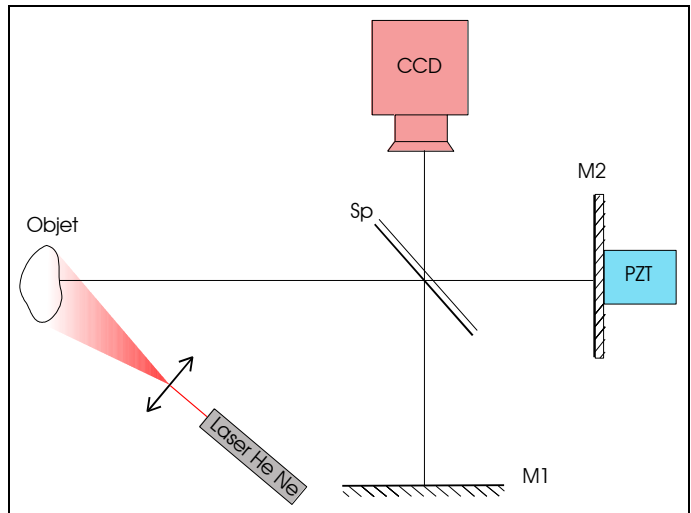
$$\Delta z = s \frac{dz}{dx}$$

où dz/dx est la pente de la tangente à la déformée, c'est à dire la dérivée.

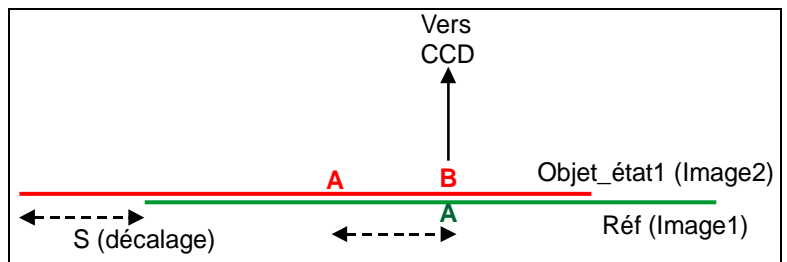
Conclusion : si la différence des déformations entre deux points séparés du décalage s est un multiple de $\lambda/2$, la différence de marche $2\Delta z$ est multiple de λ , les deux éclairements I_1 et I_2 sont égaux et leur différence est nulle : on a donc des franges sombres.

Franges sombres \rightarrow différence de déformation

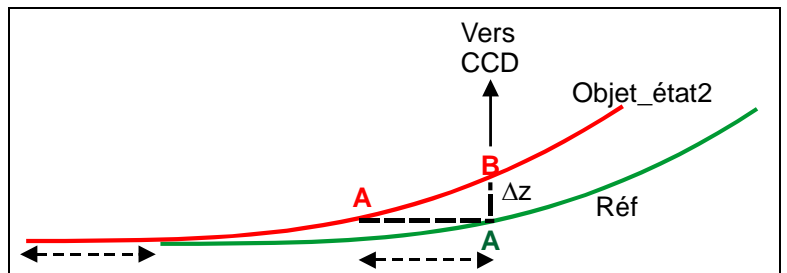
$$\Delta z = p\lambda/2 \rightarrow \frac{dz}{dx} = p \frac{\lambda}{2s}$$



Cadre 6 : Shearographie



Cadre 7 : Deux images superposées avec décalage s (état1)



Cadre 8 : Etat 2

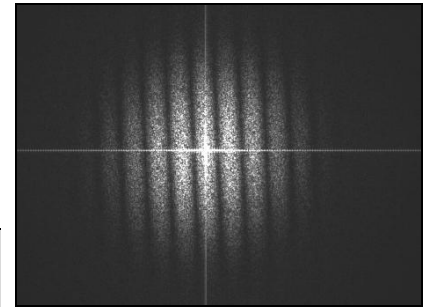
4. Exercices - Speckle

Exercice N° 1 : Addition absolue de deux images de speckle et transformée de Fourier

Photo1 et Photo 2 sont deux photographies, obtenues par diffusion de lumière laser sur un objet, avant et après déplacement de $12 \mu\text{m}$. L'objet étant éclairé par un faisceau laser, la diffusion vers le capteur CCD fait apparaître des grains de speckle.

Ouvrir les images Photo1.jpg et Photo2.jpg du dossier Photos. Les placer l'une en dessous de l'autre et vérifier que les grains de speckle se sont déplacés entre les deux vues. Faire l'addition (absolue) puis la transformée de Fourier de la somme.

Faire de même avec Photo1 et Photo3 entre lesquelles le déplacement était de $20 \mu\text{m}$. Conclusion.



Transformée de Fourier de la somme

Conclusion :

Exercice N° 2 : Soustraction absolue de deux images de speckle.

Expo 1 est une image issue de l'interférence des grains de speckle d'un objet de référence avec ceux d'un objet dans une première situation. Expo2 est obtenue de la même façon avec l'objet déformé. ($\lambda = 633 \text{ nm}$).

Ouvrir les images Expo1.jpg et Expo2.jpg (dossier Double_Expo). Vérifier que l'opération de soustraction absolue $|Expo2 - Expo1|$ conduit bien aux franges de corrélation d'intensité. Quelle a été la déformation d'un bout à l'autre de l'image ?

Inverser l'ordre des images $|Expo1 - Expo2|$. Conclusion.

Faire les autres opérations de soustraction proposées. Permettent-elles d'obtenir des franges ?

Exercice N° 3 : Soustraction modulo 256.

Phasée1 est l'image de la phase des grains de speckle de Expo1 et Phasée2 est l'image phasée de Expo2.

Ouvrir les images Phasée1.jpg et phasée2.jpg. Vérifier que l'opération de soustraction modulo 256 Phasée2 – phasée1 conduit à l'image pliée (modulée) de la déformation. Créer un masque pour la démodulation.

Réaliser la démodulation.

Demander le profil le long d'un axe avant puis après un filtrage bien choisi de l'image.

Inverser l'ordre des images Phasée1 – Phasée2. Démoduler. Conclusion.

Quel avantage présente cette opération sur images "phasées" par rapport à celle sur les images "exposées".

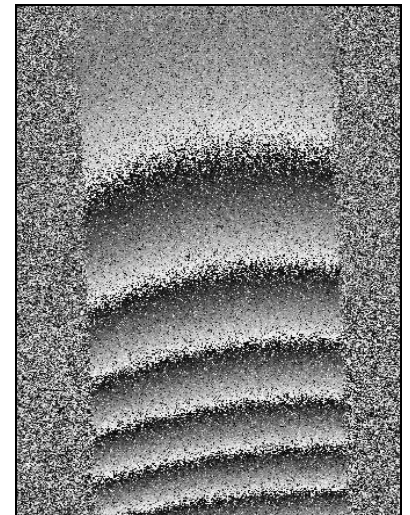


Image "pliée".